

Zad. M01	I PRACOWNIA FIZYCZNA Instytut Fizyki US
Temat:	Wyznaczanie gęstości cieczy i ciał stałych za pomocą piknometru i metodą hydrostatyczną

Cel: wyznaczenie gęstości cieczy i ciał stałych. Zapoznanie ze sposobami pomiaru gęstości. Zwracanie uwagi na wartości gęstości powszechnie występujących i stosowanych substancji. Wykształcenie samodzielności w posługiwaniu się aparaturą pomiarową oraz umiejętności analizy i interpretacji wyników pomiarów.

Przyrządy: wagi – elektroniczna i szalkowa z kompletem odważników, ławeczka, suwmiarka cyfrowa i/lub analogowa i/lub mikrometr, piknometr z termometrem i/lub bez termometru, termometr, areometr, próbki substancji – cieczy, ciał stałych (bryłki metali, nakrętki).

1. ZAGADNIENIA

- 1) Pojęcie gęstości i ciężaru właściwego. Wpływ temperatury na gęstość substancji. Gęstość względna. Znajomość wartości gęstości powszechnie występujących i stosowanych substancji.
- 2) Prawo Archimedesesa i Pascala, jego wykorzystanie.
- 3) Budowa i działanie wagi szalkowej, areometru, piknometru.

2. OPIS ZAGADNIENIA, WPROWADZENIE TEORETYCZNE

Zapoznać się z zagadnieniami – korzystając ze źródeł, z polecanej literatury, wyprowadzając wzorów (1) – (4) z p. 4 dla obliczeń gęstości.

3. PRZEBIEG WYKONANIA ĆWICZENIA

A. Wyznaczanie gęstości za pomocą piknometru

I. Ciecze.

- 1) Wyznaczyć masę piknometru (dokładnie osuszonego) wraz z korkiem – m_p .
- 2) Napełnić piknometr wodą destylowaną. Zamknąć korkiem, aby nadmiar cieczy wypłynął przez kanalik w korku. Osuszyć piknometr bibułą i wyznaczyć masę – m_{pw} .
- 3) Wylać wodę i osuszyć piknometr.
- 4) Napełnić piknometr badaną cieczą, dokładnie osuszyć i wyznaczyć masę – m_{pc} .
- 5) Wyznaczyć temperaturę wody i/lub cieczy.
- 6) Wyznaczyć gęstość wody i cieczy za pomocą areometru.

II. Ciało stałe (sypkie, np. śrut, nakrętki).

- 1) Wyznaczyć masę piknometru (czystego i dokładnie osuszonego) wraz z korkiem – m_p .
- 2) Wrzucić do piknometru badane ciało stałe wypełniając nim ok. 30% objętości piknometru. Wyznaczyć masę piknometru z badanym ciałem – m_{ps} .

Uwaga. Możemy wyznaczyć masę samego badanego ciała – m_s , oddzielnie lub przez tarowanie wagi.

- 3) Dopełnić piknometr z badanym ciałem wodą destylowaną o znanej temperaturze. Wstrząsnąć piknometrem w celu usunięcia pęcherzyków powietrza. Wyznaczyć masę piknometru wraz z zawartością – m_{px} .

Uwaga. Po wykonaniu pomiaru, odlać delikatnie wodę i wysypać ciało stałe na bibułę i osuszyć.

- 4) Napełnić piknometr wodą destylowaną, zamknąć korkiem, aby nadmiar cieczy wypłynął przez kanalik w korku. Osuszyć piknometr bibułą i wyznaczyć masę – m_{pw} .
- 5) Pomiary powtórzyć kilka razy.
- 6) Wyznaczyć temperaturę badanej wody. Wylać wodę i osuszyć piknometr.

B. Wyznaczanie gęstości ciał metodą hydrostatyczną

I. Ciało stałe (bryłka) o gęstości większej od gęstości wody.

- 1) Zawiesić za pomocą cienkiego drucika lub nitki badane ciało na haczyku, na którym zawieszona jest szalka.
- 2) Zrównoważyć wagę i zanotować masę odważników na szalce – m_b (przyjmujemy jako masę ciała – wypór powietrza pomijamy).

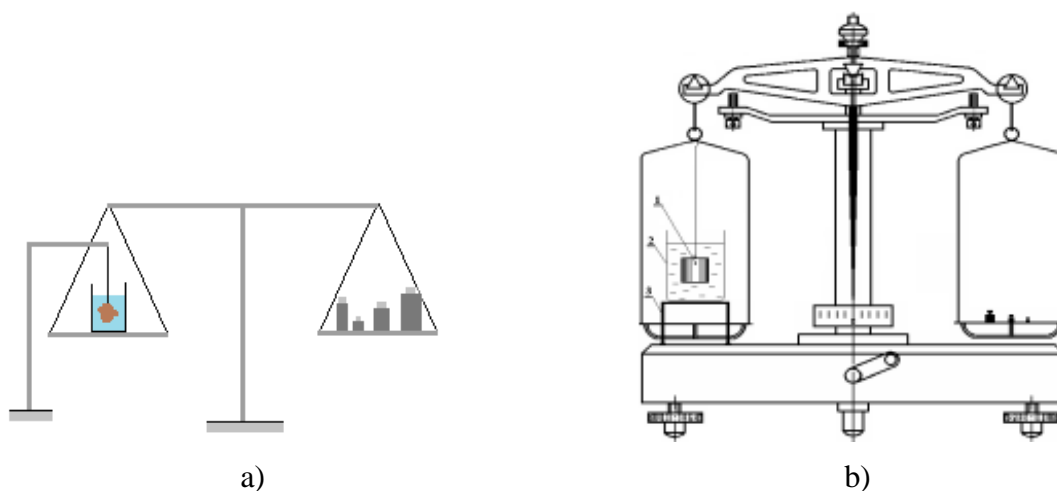
Uwaga. Waga powinna być każdorazowo aretowana (unieruchomione ramiona).

- 3) Ustawić na podstawie wagi ławeczkę, umieścić na niej zlewkę tak aby ciało było wewnątrz niej. Nalać do zlewki wodę destylowaną tak aby ciało było w pełni zanurzone.

Uwaga. Drucik czy nitka powinny być zanurzone tylko w niewielkim stopniu (na nie działa też siła wyporu) i przecinać swobodną powierzchnię wody tylko jeden raz. Masy drucika możemy nie uwzględniać o ile jest mniejsza od czułości wagi. W przeciwnym przypadku najlepiej zrównoważyć masę zawieszonoego drucika takim samym kawałkiem kładąc go na szalkę z odważnikami.

- 4) Zrównoważyć wagę i zanotować masę odważników na szalce – m_{bw} , tzw. pozorna wartość masy ciała ważonego (przy pełnym zanurzeniu w wodzie).

Uwaga. Błędem jest określanie m_{bw} jako masy ciała w wodzie. Masa ciała nie zależy od ośrodka w którym ciało się znajduje. Podobnie siła $Q = m_{bw} g$ (wypadkowa ciężaru ciała i siły wyporu) nie może być nazywana ciężarem ciała w wodzie.



Rys. 1. Schemat układu pomiarowego a) i aparatury b) z wagą szalkową: 1 – obciążnik, 2 – zlewka. 3 – ławeczka.

(Uwaga: Osoby praworęczne kładą odważniki na prawej szalce.)

- 5) Pomiarzy powtórzyć kilka razy. Bryłkę każdorazowo należy osuszyć bibułą.
- 6) Wyznaczyć temperaturę wody w zlewce. Wylać wodę. Osuszyć ciało.

II. Ciecze.

- 1) Bryłkę ciała zważonego poprzednio w powietrzu i wodzie ważymy w badanej cieczy. Masę odważników równoważących to zanurzone ciało oznaczamy przez m_{bc} .
- 2) Pomiarzy powtórzyć kilka razy. Bryłkę każdorazowo należy osuszyć bibułą.
- 3) Wyznaczyć gęstość cieczy za pomocą areometru.
- 4) Wyznaczyć temperaturę cieczy.
- 5) Przełąć ciecz ze zlewki do naczynia lub wylać. Zdemonstować układ, osuszyć ciało.

C. Wyznaczanie gęstości stał stałych – brył o regularnej budowie

- 1) Wybrać 1-2 bryły (kula, walec, prostopadłościan) i je zważyć na wadze elektronicznej (3x).
- 2) Wyznaczyć ich rozmiary liniowe (celem obliczenia objętości) za pomocą śruby mikrometrycznej lub suwmiarki. Pomiar każdego wymiaru wykonać 7 razy.

UWAGA! Ze względu na realizację zadania *Wyznaczanie gęstości substancji dla brył regularnych* na zajęciach z przedmiotu *Statystyka i analiza danych pomiarowych*, ten punkt prowadzący może pominąć w realizacji doświadczalnej jednak nie w zakresie przygotowania teoretycznego. Porównaj z zadaniem realizowanym *Wyznaczanie gęstości substancji dla kuli, prostopadłościanu i walca*.
http://dydfiz.univ.szczecin.pl/pdf/pdf_244.pdf

4. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

Wyznaczenie wartości pomiarowych. Obliczenie niepewności pomiaru.

Obliczyć wartości średnie (dla pomiarów wielokrotnych), wartości niepewności granicznej i standardowej dla pomiarów bezpośrednich. (Dodatek, p. 1 wzór (A)).

A. Wyznaczanie gęstości za pomocą piknometru

I. Ciecz

Wyznaczyć gęstość badanej cieczy korzystając ze wzoru:

$$\rho_c = \frac{m_{pc} - m_p}{m_{pw} - m_p} \rho_w, \quad (1)$$

ρ_c, ρ_w – gęstość badanego ciała, wody destylowanej w temperaturze pomiaru,
 m_p – masa pustego piknometru (dokładnie osuszonego) wraz z korkiem,
 m_{pw} – masa piknometru (z korkiem) wypełnionego wodą,
 m_{pc} – masa piknometru (z korkiem) wypełnionego badaną cieczą.

II. Ciała stałe

Wyznaczyć gęstości badanych substancji korzystając ze wzoru:

$$\rho_s = \frac{m_{ps} - m_p}{m_{ps} - m_p - m_{px} + m_{pw}} \rho_w, \quad (2)$$

ρ_s, ρ_w – gęstość badanego ciała stałego, wody destylowanej w temperaturze pomiaru,
 m_p – masa pustego piknometru (dokładnie osuszonego) wraz z korkiem,
 m_{ps} – masa piknometru (z korkiem i) z badanym ciałem stałym,
 m_{pw} – masa piknometru (z korkiem) wypełnionego wodą,
 m_{px} – masa piknometru (z korkiem) wypełnionego wodą destylowaną i ciałem stałym.

Uwaga. Jeśli została wyznaczona oddzielnie masa m_s badanego ciała, wówczas

$$\rho_s = \frac{m_s}{m_s + m_{pw} - m_{px}} \rho_w. \quad (2')$$

Wzór (2') jest prostszy do obliczeń, szczególnie niepewności pomiaru.

B. Wyznaczanie gęstości metodą hydrostatyczną

I. Ciało stałe o gęstości większej od gęstości wody.

Wyznaczyć gęstość badanego ciała ρ_b korzystając ze wzoru:

$$\rho_b = \frac{m_b}{m_b - m_{bw}} \rho_w, \quad (3)$$

ρ_b, ρ_w – gęstość badanego ciała, wody destylowanej w temperaturze pomiaru,
 m_b – masa badanego ciała stałego (bryłki),
 m_{bw} – masa odważników równoważących badane ciało zanurzone w wodzie.

II. Ciecz

Wyznaczyć gęstość badanej cieczy ρ_x korzystając ze wzoru:

$$\rho_x = \frac{m_b - m_{bc}}{m_b - m_{bw}} \rho_w, \quad (4)$$

m_{bc} – masa odważników równoważących ciało (bryłkę) zanurzone w badanej cieczy.
 Pozostałe oznaczenia jak powyżej – pod wzorem (3).

C. Obliczyć niepewności pomiaru.

- Obliczyć wartości niepewności standardowej i całkowitej dla pomiarów bezpośrednich (Dodatek, p. 1 – wzór (A)).
- Obliczyć wartości udziałów niepewności. (Dodatek, p. 1 – wzór (C) lub (B)).
- Obliczyć złożoną niepewność standardową wyznaczonych wartości gęstości (skorzystać z : Dodatek, p. 1 – wzór (D) lub (B)).
- Zwrócić uwagę na wartości niepewności celem uwzględnienia we wnioskach, który z pomiarów bezpośrednich wnosi największy udział do niepewności złożonej.

D. Zestawić wyniki i niepewności pomiarowe. Porównanie wartości.

Zestawić wyniki pomiarów wraz z niepewnościami: wartości średnich dla pomiarów bezpośrednich i ich niepewności, wartości złożonych – wartości gęstości i ich wartości niepewności. Zwrócić uwagę na prawidłowe zapisy oznaczeń wielkości fizycznych, ich jednostek; niepewności pomiaru – zgodność z konwencją GUM (patrz przypis dolny na str. 5). Korzystając z przedziałowego *kryterium zgodności wyników pomiarów* – Dodatek p. 2, porównać wyznaczone wartości z wartościami tablicowymi i/lub też między sobą.

5. Dokonać dyskusji wyników, zapisać wnioski i uwagi dotyczące doświadczenia.

M. in. – wskazać źródła ewentualnych odstępstw od oczekiwanych wartości, który z pomiarów bezpośrednich wnosi największy udział do niepewności złożonej.

LITERATURA

- T. Dryński: *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*. Warszawa, PWN, 1977 (lub inne wyd.).
- Szydłowski H.: *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*. Warszawa, PWN, 1999.
- Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki w politechnice*. Red. T. Rewaj. Warszawa, PWN, 1985 (lub inne wyd.).
- Pawlak B., Gąsowski R., Kozłowski J.: *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki dla przyrodników*. Szczecin, Wyd. Naukowe US, 2005.
- Wyznaczanie gęstości cieczy i ciał stałych za pomocą piknometru*.
<http://www.fizyka.wip.pcz.pl/docs/labs/mechanika/M-1.pdf>
- Pomiar ciężaru właściwego ciał stałych i cieczy przy pomocy wagi hydrostatycznej.
<http://fizyka.ur.krakow.pl/cwicz2.pdf>
- Wyznaczanie gęstości ciała za pomocą wagi hydrostatycznej* – zad.dośw. III st., XV Olimpiada fizyczna,
http://www.of.szc.pl/pdf/15OF5D._roz425.pdf
- Wyznaczanie gęstości substancji dla kuli, prostopadłościanu i walca*.
http://dydfiz.univ.szczecin.pl/pdf/pdf_244.pdf

*Dodatek

1. Niepewność pomiaru

Niepewność całkowita wielkości x mierzonej bezpośrednio:

$$u(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + \frac{(\Delta_d x)^2}{3} + \frac{(\Delta_t x)^2}{3} + u_e^2(x)} \quad (\text{A})$$

gdzie pierwszy składnik pod pierwiastkiem – niepewność standardowa średniej; $\Delta_d x$ – niepewność wzorcowania (niepewność wynikająca z dokładności przyrządu); $\Delta_t x$ – niepewności wyników zaczerpniętych z literatury, tablic lub kalkulatora; $u_e(x)$ – niepewność standardowa eksperymentatora.

Złożoną niepewność standardową $u(y)$ – niepewność dla funkcji kilku zmiennych $y = f(x_1, \dots, x_p, \dots, x_N)$ oblicza się korzystając z **prawa przenoszenia niepewności** pomiarów bezpośrednich nieskorelowanych w postaci

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)} = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2} \equiv \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y)}, \quad (\text{B})$$

gdzie N – liczba wielkości mierzonych bezpośrednio, c_i – współczynnik wrażliwości, $u_i(y) \equiv c_i u(x_i)$ – udziały niepewności.

Obliczanie niepewności $u(y)$ można dokonać bez odwoływania się do rachunku różniczkowego korzystając z metody elementarnej – wzoru numerycznego wskazanego w *Przewodniku GUM*¹ poprzez obliczanie *udziałów niepewności*

$$u_i(y) = \frac{1}{2} \left| f(x_1, \dots, x_i + u(x_i), \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i - u(x_i), \dots, x_N) \right| \quad (\text{C})$$

$u_i(y)$ – zmiana wartości funkcji f spowodowana zmianą x_i o $+u(x_i)$ i o $-u(x_i)$.

$u(y)$ obliczamy jako sumę geometryczną udziałów $u_i(y)$:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y)}. \quad (\text{D})$$

Zaletą prawa przenoszenia niepewności względnych jest nie tylko ułatwienie obliczeń, lecz także bardziej przejrzysta analiza przyczyn niepewności. Obliczając niepewności względne wielkości wejściowych, widzimy, która z nich jest największa – z reguły to ona wnosi największy udział do niepewności złożonej.

2. Porównywanie wyników

Chcąc porównać otrzymane wyniki z innym wynikiem, np. tablicowym x^T , korzystamy z przedziałowego **kryterium zgodności wyników pomiarów**, czyli sprawdzamy czy dla naszych wyników spełniona jest nierówność:

$$|\bar{x} - x^T| \leq u(\bar{x}) + u(x^T). \quad (\text{E})$$

Jeżeli powyższa nierówność nie zachodzi, należy zastąpić niepewność u przez *niepewność rozszerzoną* U , gdzie $U(x) = k u(x)$ a współczynnik k , w naszym przypadku należy przyjąć 2. Jeśli i wówczas ta nierówność nie jest spełniona to możemy uznać, że wyniki nie są zgodne.

Niepewność rozszerzona (*expanded uncertainty*) – zdefiniowana przez „wielkość określającą przedział wokół wyniku pomiaru, taki że można oczekiwać, iż obejmie on dużą część wartości (tzw. przedział objęcia), które w uzasadniony sposób można przyporządkować wielkości mierzonej.

Obie niepewności są powiązane zależnością $U = k u$, gdzie k – współczynnik rozszerzenia. Współczynnik rozszerzenia k zależy jest od liczby pomiarów oraz poziomu ufności (określany jest często mianem *współczynnika Studenta-Fishera* $t_{n,a}$), w większości przypadków przyjmujemy $k = 2$

Nierówność (E) możemy stosować dla wartości otrzymanych różnymi metodami pomiarów, wówczas sprawdzamy czy spełniona jest nierówność:

$$|\bar{x} - \bar{x}'| \leq u(\bar{x}) + u(\bar{x}'). \quad (\text{E}')$$

Jeżeli powyższa nierówność nie zachodzi, postępujemy jak zostało opisane powyżej.

¹ *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO, Switzerland 1993, 1995; (dokument wydany w imieniu BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OML). Fundamentalny dokument zbiorowego autora – zespołu międzynarodowych organizacji naukowo-technicznych – dla ustanowienia procedury wyrażania niepewności pomiaru, jest wydany przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ISO) Publikacja jest udostępniona online: http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf