

Zad. E19	I PRACOWNIA FIZYCZNA Instytut Fizyki US
Temat:	Badanie widm emisyjnych gazów przy pomocy spektrometru

Cel: Poznanie zasady działania spektrometru, obserwacja i identyfikacja widm emisyjnych Hg i H, określenie długości fal badanego pierwiastka. Opracowanie danych pomiarowych, wykonanie wykresów badanych zależności, wyznaczenie stałej Rydberga, obliczenie i analiza niepewności pomiaru. Wykształcenie u studenta samodzielnego posługiwania się aparaturą pomiarową oraz umiejętności analizy i interpretacji wyników pomiarów.

Przyrządy: Spektrometr, lampa spektralna z rtęcią w uchwycie z transformatorem zasilającym, rurkowa lampa spektralna tzw. rurka Plücker'a z wodorem z uchwytem zasilającym o napięciu na elektrodach ok. 6 kV, siatka dyfrakcyjna, pryzmat.

1. ZAGADNIENIA

1. Zjawisko dyspersji światła, dyfrakcja, zasada Huygensa, równanie siatki dyfrakcyjnej.
2. Budowa atomu, model atomu Bohra.
3. Analiza widmowa – istota, rodzaje widm, zastosowanie, czułość i dokładność.
4. Budowa i zasada działania spektrometru.

2. OPIS ZAGADNIENIA

Na podstawie literatury zapoznać się z opisami zagadnień, wyprowadzeniami wzorów.

W przypadku, gdy źródłem światła są gazy jednoatomowe oraz pary ciał stałych, widmo składa się z pojedynczych prążków barwnych (linii), których ilość i położenie jest inne dla każdego gazu lub pary. Zatem widmo pozwala zidentyfikować atomy wysyłające światło. Z tego powodu sposób identyfikacji atomów oparty o analizę widma nazywamy *analizą widmową*. Chcąc wykonać analizę widmową musimy znać dokładnie długości fal poszczególnych linii. Długość fal możemy określić z położenia poszczególnych linii znając dla danego spektrometru tzw. *krzywą dyspersji*, jest to wykres zależności kąta odchylenia α linii widmowych od długości fali λ tj. $\alpha = f(\lambda)$. Celem wyznaczenia przebiegu krzywej dyspersji (dla prostego i dobrze znanego widma, u nas widma rtęci – rys. 3 b) jest zidentyfikowanie „nieznanego” widma – w naszym przypadku wodoru, tj. wyznaczyć długości fali zidentyfikowanych linii widma. Stąd, dla wodoru możemy obliczyć stałą Rydberga.

Zgodnie z modelem budowy atomu wodoru wg Bohra elektron może zajmować w atomie ściśle określone stany (poziomy) energetyczne. Przy przejściu z jednego poziomu na inny musi zaabsorbować względnie wyemitować różnicę energii w postaci kwantu światła $h\nu = E_n - E_m$. Stosując model Bohra można wyprowadzić wzór określający energię E_n , a tym samym częstotliwość ν emitowanej fali elektromagnetycznej czy długość λ tej fali

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right), \quad (1)$$

gdzie R_H jest stałą Rydberga, której wartość dla atomu wodoru $R_H = 10967758 \text{ 1/m}$.

W przypadku wodoru, widmo w zakresie widzialnym składa się z pięciu linii z serii Balmera dla której $n = 2$, oznaczonych symbolami H_α ($m = 3$), H_β ($m = 4$), H_γ ($m = 5$), H_δ ($m = 6$).

3. UKŁAD POMIAROWY

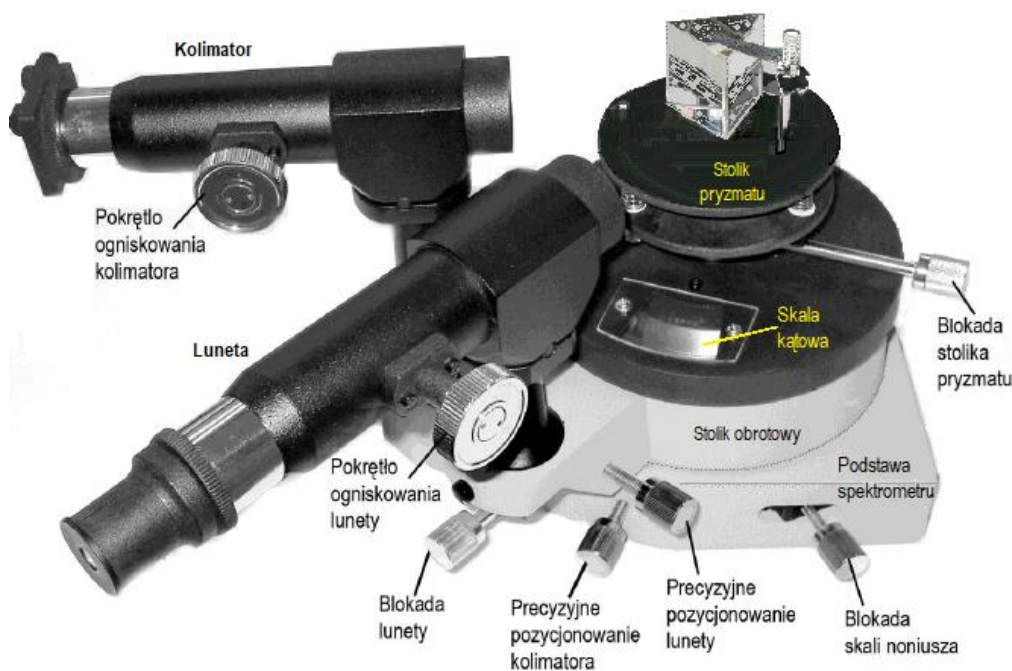
Układ pomiarowy – rys. 1, składa się ze spektrometru z pryzmatem lub siatką dyfrakcyjną, lampy spektralnej z rtęcią lub z helem (rurka Plücker'a) oraz wodorem, które umieszcza się w uchwycie zasilającym do lamp spektralnych. Podstawowe części składowe spektrometru to podstawa stała z obrotowym stolikiem, stolik pryzmatu wyposażony w uchwyt pryzmatu oraz uchwyt siatki dyfrakcyjnej, kolimator oraz luneta. Najważniejszym elementem spektrometru jest element dyspersyjny, który rozdziela światło na składowe. Może nim być siatka dyfrakcyjna lub pryzmat. W tym ćwiczeniu wykorzystujemy siatkę dyfrakcyjną. Opis spektrometru – patrz [5], załącznik 3 i poniżej.

Światło wychodzące ze źródła trafia do kolimatora przez szczelinę o regulowanej szerokości. Po przejściu przez kolimator wiązka światła staje się w przybliżeniu równoległa (długość kolimatora jest tak dobrana, że szczelina leży w płaszczyźnie ogniskowej soczewki umieszczonej na drugim końcu kolimatora). Wiązka ta może wchodzić do lunetki bezpośrednio lub po odchyleniu przez pryzmat lub siatkę dyfrakcyjną ustawioną na stoliku spektrometru. Kolimator jest nieruchomo związany z podstawą,

a podstawa stolika i lunetka mogą obracać się dookoła tej samej osi niezależnie od siebie. Lunetka połączona jest na stałe z podziałką kątową widoczną w okienku podstawy stolika, która przylega do dwóch noniuszy dziesiętnych, przesuniętych o 180° (noniusze złączone są z podstawą stolika). U podstawy spektrometru znajdują się śruby blokujące przypadkowe poruszenie stolika i lunety podczas odczytu wartości kątów. Po przykręceniu śrub blokujących, precyzyjne ustawienie podstawy stolika i lunety uzyskuje się za pomocą śrub pokazanych na rys. 1 b) i rys. 4.



Rys. 1 (na podstawie [5]) a). Spektrometr firmy Frederiksen z siatką dyfrakcyjną (obok widoczny uchwyt pryzmatu) i z uchwytem zasilającym.



Rys. 1 b). Opis podstawowych części spektrometru. Szczegółowy opis – Rys. 4.

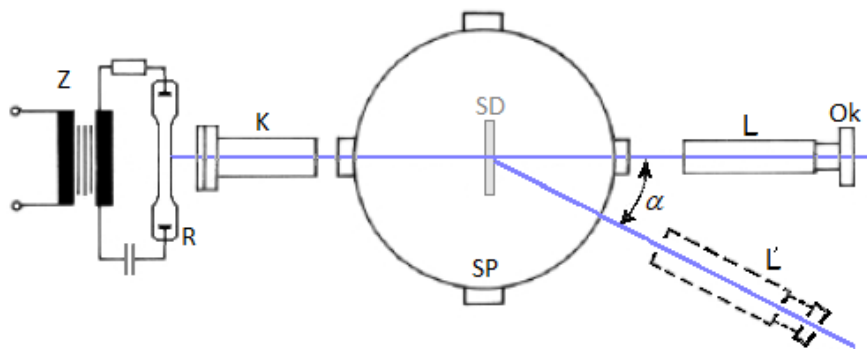


Rys. 1 c) (zdj. własne). Widok skali kątowej $0-360^\circ$ z podziałką $0,5^\circ$ i skali noniusza pozwalającą na odczyt z dokładnością $0,05^\circ$. Pokrywa stolika obrotowego posiada dwa okienka do odczytu kąta.

4. PRZEBIEG WYKONANIA ĆWICZENIA

Przed przystąpieniem do doświadczenia zapoznaj się dokładnie z budową i działaniem spektrometru, z mechanizmem obrotu lunety. Szczegółową instrukcję znajdziesz na stronie producenta [5], przy stanowisku pomiarowym, wybrane zagadnienia są w załączniku 3.

Schemat układu pomiarowego ilustruje rys. 2.



Rys. 2. Schemat układu pomiarowego [4c]: Z – zasilacz lampy spektralnej, R – rurka spektralna, K – kolimator, SP – stolik pryzmatu, SD – siatka dyfrakcyjna, L, L' – lunetka, Ok – okular lunetki. Wiązka światła z lampy spektralnej, po przejściu przez kolimator K, ulega ugięciu na siatce dyfrakcyjnej SD i wpada do lunety L. Obraz szczeliny obserwujemy przez okular Ok. Luneta obraca się dookoła osi stolika. Kąt obrotu odczytujemy na podziałce kątowej z noniusem z dokładnością $0,1^\circ$.

Uwaga 1. Przed rozpoczęciem pomiarów spektrometr może wymagać regulacji.

Uwaga 2: Należy zachować szczególną ostrożność. Lampę włączamy tylko na czas obserwacji widm i pomiarów.

Uwaga 3. Badane lampy widmowe uzyskują pełną jasność po kilku minutach od włączenia.

1. Włączyć wzorcowe źródło światła – lampa spektralna z parami rtęci podłączona do źródła wysokiego napięcia rzędu kilku kV (transformator zasilający podłączony do listwy zasilającej).
2. Ustawić spektrometr tak, aby światło z lampy trafiło w szczelinę spektrometru, a w okularze widoczne były świecące linie widmowe. Szczelinę ustawić tak, aby prążki były możliwie najwęższe, jednak dobrze widoczne i tak, aby widoczne były dwie, wyraźnie rozdzielone, choć blisko położone żółte linie. Do identyfikacji skorzystaj z obrazu widma rtęci – zał. 1, rys. 3 b).
3. Przeprowadzić obserwację widma po lewej i prawej stronie. Odszukać linie widmowe słabo widoczne – mogą wystąpić dla jednej ze stron lub dla wyższego rzędu. W przypadku słabej widoczności linii ustawić je w pozycji blisko brzegu aby jaśniejsze linie nie były widoczne i tło było jak najbardziej ciemne. Wybrać „najlepszy” rząd widma do pomiaru. Jeśli dana linia będzie identyfikowalna tylko po jednej stronie ograniczyć się do pomiaru po tej stronie.

Uwaga: Stolik obrotowy obracamy trzymając podstawę stolika tak, aby nie poruszyć siatki dyfrakcyjnej i do pozycji lunetki aby w okularze dana linia widmowa znalazła się dokładnie na środku krzyża z nitek pajęczych.

4. Odnotować w tabeli, wg wzoru – Tabela 1, położenia linii widmowych wybranego rzędu, na ogół pierwszego – odczyt ze skali kątowej z noniusem po lewej i prawej stronie. Kąt ugięcia prążka widmowego jest równy średniej arytmetycznej kąta zaobserwowanego z lewej – α_L i prawej strony – α_p . Pomiar powtórzyć 2-3 krotnie.

Uwaga: Jeśli zostanie odnalezionych 6 linii zamiast 7, oznacza to, że linia z dubletu o długościach 404,66 nm i 407,78 nm, która jest b. słabo widoczna, może zostać pominięta.

5. Wyłączyć widmo wzorcowe – transformator zasilający. Po ostygnięciu lampy przesuń ją na bok a w to miejsce ustaw uchwyt zasilający z rurką Plückera z wodorem – rys. 1 a).
6. Ustaw tak, aby szczelina spektrometru znalazła się naprzeciw urządzenia z badaną rurką, włącz zasilacz (wyłącznik jest z tyłu) i skoryguj położenie tak, aby w lunetce widoczne były jasne i wyraźne linie spektralne. W razie niepowodzenia poproś o pomoc prowadzącego zajęcia.
7. Obracając stolikiem i pokrętełłem przesuwny lunetki znajdź wszystkie linie widma – postępuj wg opisu z p. 3 i zanotuj dane dla tego samego rzędu co dla Hg, wg wzoru Tabeli 1, ich położenia na skali, podobnie jak w p. 4. Do identyfikacji skorzystaj z obrazu widma wodoru – zał. 1, rys. 3 a).

- Wyłącz uchwyt zasilający z rurką z wodorem. Po ostygnięciu lampy przestaw na bok a w to miejsce ustaw lampę wzorcową. Włącz ją i ustaw zgodnie ze stanem początkowych dobrej widoczności linii widmowych.
- Wyłącz uchwyt zasilający z lampą spektralną z rtęcią.

Tabela 1.

Widmo Hg	Barwa	fiolet dublet		niebieska	niebieskozielona	zielona	żółta	żółta	czerwona		
	Intensywność	b. słaba	słaba	silna	średnia	silna	b.silna - dublet		słaba - dublet		
	Położenie	α_L									
		α_P									
	λ/nm	404,66	407,78	435,83	491,61	546,07	576,96	579,07	615,20	623,41	
Widmo H ₂	Nr linii	1	2								
	Barwa										
	Położenie	α_L									
		α_P									

5. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

- Do każdej zaobserwowanej linii widma I rzędu rtęci dopasuj odpowiednią długość fali. Wykonaj wykres kalibracji spektrometru czyli zależności kąta odchylenia od długości fali linii rtęci. Przy każdym punkcie pomiarowym zaznacz odcinki niepewności pomiaru kąta. Do punktów doświadczalnych dopasuj krzywą – wykres $\alpha = f(\lambda)$.
Wykres możesz wykonać ręcznie na papierze milimetrowym lub posługując się odpowiednim programem komputerowym. Skorzystaj z przykładu – rys. 3.
- Na podstawie zmierzonych położenia linii widmowych wodoru wyznaczyć za pomocą krzywej dyspersji kątowej odpowiadające im długości fal.
- Wyznacz stałą siatki dyfrakcyjnej dla pierwszego rzędu widma, z korzystać ze wzoru

$$d_\lambda = \frac{\sin \alpha_\lambda}{\lambda}, \quad (2)$$

gdzie α_λ – kąt (wartość średnia) ugięcia linii widma przypisana długości λ . Obliczyć d jako średnią arytmetyczną. Porównać z wartością podaną przez producenta.

- Wyznaczyć stałą Rydberga dla każdej długości fali, na podstawie wzoru z (1):

$$R_i = \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2} \right)^{-1} \lambda_i^{-1}, \quad (3)$$

gdzie $m = 3, 4, 5, 6$. Oblicz wartość średnią, porównaj ją z wartością tablicową: $R_H = 10967758 \text{ 1/m}$.

- Wyznacz dyspersję kątową na podstawie pomiarów położenia dwóch blisko siebie leżących linii widmowych rtęci. Otrzymaną wartość porównaj z wartością obliczoną na podstawie stałej siatki [4c].

6. Dokonać dyskusji wyników, zapisać wnioski i uwagi dotyczące doświadczenia.

LITERATURA

- Halliday D., Resnick R., Walker J.: *Podstawy fizyki*, t. 4, rozdz. 36, 37. Warszawa, PWN, 2007.
- Meyer-Arendt J.R.: *Wstęp do optyki*. Warszawa, PWN, 1977.
- Jaśkiewicz P., Antonowicz J.: *Optyczna analiza widmowa*.
www.if.pw.edu.pl/~labfiz1p/cmsimple2_4/linstrukcje_pdf/29.pdf
- Instrukcje wybrane z Pracowni Fizycznych: a) *Badanie widm optycznych za pomocą spektrometru*.
http://pracownie1.fuw.edu.pl/anpef/pliki/2018/spektrometr_BM2017-18.pdf
b) *Spektrometr. Wyznaczanie długości fal linii widmowych pierwiastków*,
<http://matrix.ur.krakow.pl/~krebilas/Gotowe/cw-46.pdf>
c) *Badanie widm promieniowania nierównowazonego gazów*
www.mif.pg.gda.pl/pl/download/LabFizNowe/I-prac/cw_39.pdf

5. Instrukcja spektrometru – <https://int.frederiksen.eu/shop/product/spectrometer>
6. *Widma emisyjne wybranych pierwiastków*: <http://astro.u-strasbg.fr/~koppen/discharge>; *Program Spektruś 1.0* (wizualizacja linii widmowych) www.1pf.if.uj.edu.pl/materiały/programy-i-instrukcje

Załącznik 1. Wybrane dane dla widm emisyjnych.

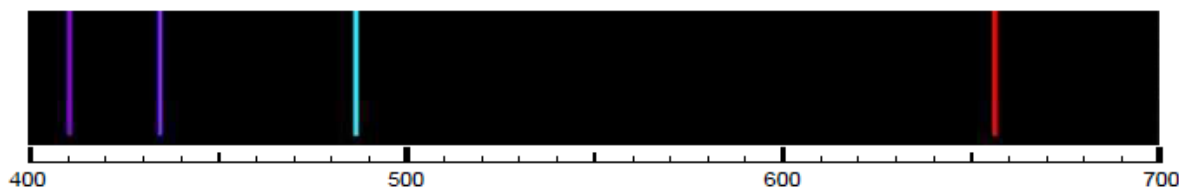
Tabela 2. Wartości tablicowe linii widmowych wodoru (wybrane)

λ /nm	383,54	388,91	397,01	410,77	434,05	486,13	656,273	656,285
Barwa linii	fiolet*	fiolet*	fiolet	fiolet	fiolet	nieb.-ziel.	czerwona	czerwona
Intensywność	słaba	słaba	słaba	słaba	średnia	średnia	b. silna – dublet	

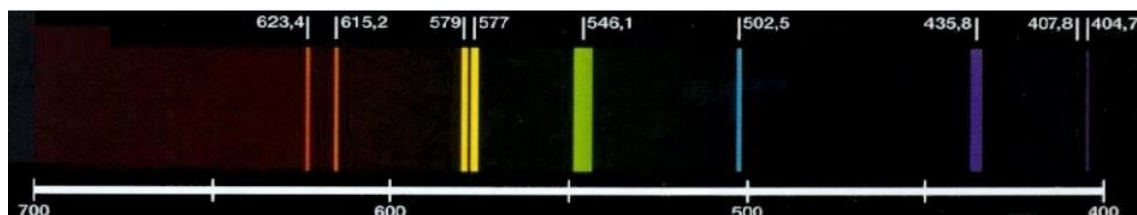
* dla wielu osób niewidoczna.

Rys. 3. Widma emisyjne wodoru i rtęci w zakresie widzialnym (zaczepnięto z sieci), porównaj z [6]. Pozioma skala określa odpowiadające barwom widmowym długości fal w nm.

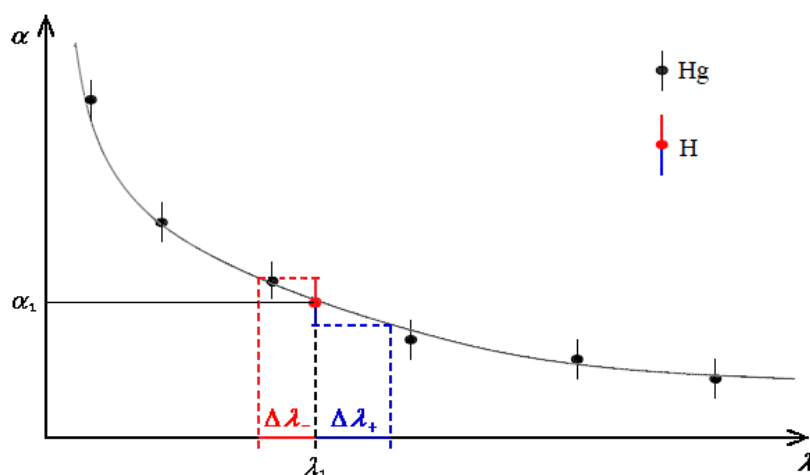
a) Widmo wodoru.



b) Widmo rtęci



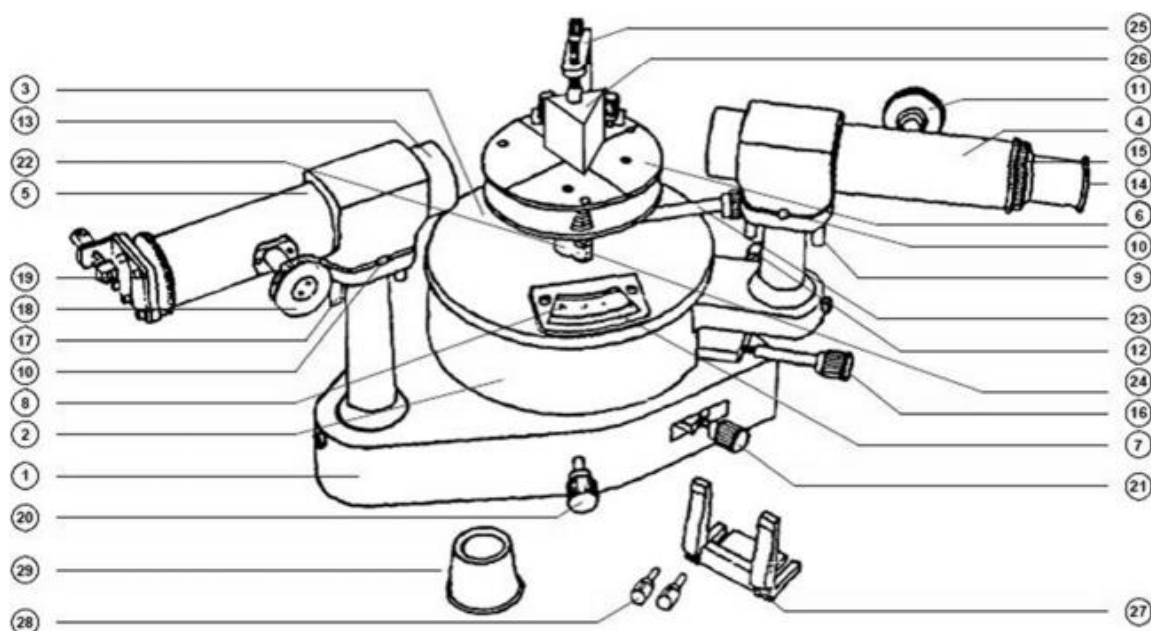
Załącznik 2. Przykład krzywej skalowania.



Rys. 4 (na podstawie [4a]). Krzywa skalowania i sposób wyznaczenia długości fali badanego pierwiastka wraz z dokładnościami jej wyznaczenia.

Na wykresie zaznaczono punkty pomiarowe oraz odcinki niepewności pomiaru kąta dla widma rtęci i poprowadzono przez nie krzywą. Na rysunku naniesiono przykładowo jeden punkt dla wodoru. Jak widać można odczytać dla niego zarówno wartość długości fali λ jak i dokładności jej wyznaczenia $\Delta\lambda_-$ i $\Delta\lambda_+$.

Uwaga: Należy uwzględnić, że skala długości fal jest używana w zakresie od 380 nm do 680 nm stąd nie należy jej zaczynać od 0 nm. Można np. przyjąć, że najmniejszej działce – 1 mm, na osi λ odpowiada 2 nm. Podobnie dobrać odpowiedni zakres i działkę dla osi α .



Rys. 4 [5]. Schemat budowy spektrometru: 1. Podstawa spektrometru; 2. Stół obrotowy; 3. Pokrywa stołu obrotowego; 4. Luneta; 5. Kolimator (luneta i kolimator wyposażone są w 32 mm achromatyczne obiektywy o ogniskowej 178 mm); 6. Podstawa pryzmatu; 7. Skala kąтова; 8. Noniusz; 9. Śruby regulacyjne lunety; 10. Oś pozioma; 11. Pokrętło regulacji ostrości lunety; 12. Pokrętło do precyzyjnego ustawienia lunety; 13. Soczewka wypukła obiektywu; 14. Okular typu Ramsden; 15. Pierścień do pozycjonowania linii celowniczych; 16. Śruba blokująca lunetę; 17. Śruba poziomująca kolimator; 18. Pokrętło regulacji ogniskowej kolimatora; 19. Szczelina; 20. Pokrętło do precyzyjnego ustawienia kolimatora; 21. Śruba do blokady skali z noniuszami; 22. Uchwyt mocujący podstawę pryzmatu; 23. Śruba mocująca podstawę pryzmatu; 24. Śruba poziomująca podstawę pryzmatu; 25. Uchwyt pryzmatu; 26. Pryzmat; 27. Wspornik siatki dyfrakcyjnej; 28. Śruby do montażu wspornika siatki dyfrakcyjnej.

Stolik obrotowy (2) jest głównym podzespołem przyrządu zamontowanym na jego podstawie (1). Może być obracany dookoła swej pionowej osi. Wyposażony jest w skalę kątową (7) 0-360° z podziałką 0,5°. Przez środek stołu obrotowego przechodzi ośka, mogąca obracać się niezależnie od niego. Jest ona przedłużona ponad pokrywą (3) stołu obrotowego i zakończona uchwytem (22) do montażu podstawy pryzmatu. Pokrywa posiada dwa okienka do odczytu kąta. Na ośce zamontowana jest para noniuszy (8) położonych koncentrycznie do skali kątowej pozwalających na odczyt z dokładnością 0,1°. Pionowa ośka z noniuszami i stół obrotowy mogą być wzajemnie zablokowane za pomocą śruby (20) umieszczonej w podstawie spektrometru.

Stolik pryzmatu. Podstawa (6) składa się z dwóch metalowych dysków, połączonych trzema śrubami regulacyjnymi ze sprężynami (24) rozmieszczonymi na wierzchołkach trójkąta równobocznego. Górny dysk służy do montażu uchwyty pryzmatu (25) lub siatki dyfrakcyjnej (27) - posiada oznaczenia pomagające w prawidłowym umieszczeniu pryzmatu. Dolny dysk wyposażony jest w trzpień pozwalający zamontować stolik w przyrządzie (22). Stolik pryzmatu może być zablokowany z noniuszami za pomocą długiej śruby regulacyjnej (23) umieszczonej w uchwycie. Oś podtrzymującą skalę można natomiast zablokować ze stolikiem obrotowym dzięki śrubie regulacyjnej (20), umieszczonej w podstawie spektrometru. Precyzyjnego obrotu podstawy pryzmatu zablokowanej z noniuszami, można dokonać za pomocą śruby regulacyjnej (21) umieszczonej z boku podstawy spektrometru.

Kolimator (5) składa się z dwóch koncentrycznych metalowych tub, regulowanej szczeliny (19) na jednym końcu i soczewki skupiającej (13) na drugim. Zamocowany jest na podporze będącej częścią podstawy spektrometru (1). Położenie kolimatora względem poziomej osi (10) może być ustalane za pomocą dwóch śrub regulacyjnych (17) umieszczonych poniżej niego. Odległość pomiędzy szczeliną a soczewką może być regulowana za pomocą pokrętła (18) z boku kolimatora.

Luneta (14) mocowana jest do ramienia stołu obrotowego. Jest lunetą astronomiczną z układem linii celowniczych (15), regulowanym okularu typu Ramsden (14) i obiektywem - soczewką skupiającą. Położenie względem osi poziomej reguluje się za pomocą dwóch śrub (9) położonych poniżej lunety. Blokowanie lunety we właściwej pozycji odbywa się za pomocą pokrętła umieszczonego poniżej ramienia (16) obrotowego stołu. Po zablokowaniu, precyzyjnego obrotu dokonuje się za pomocą pokrętła (12) umieszczonego na boku ramienia. Pozycja lunety może być odczytana na skali kątowej przy pomocy noniuszy. Ostrość ustawia się za pomocą pokrętła umieszczonego po prawej strony lunety.

Przygotowanie spektrometru

Pierwszą czynnością jest ustawienie okularu (14) tak, aby wyraźnie widzieć linie celownicze. Następnie należy skierować lunetę na odległy pionowy obiekt i ustawić ostrość pokrętkiem (11). Przekręcić pierścień linii celowniczych do uzyskania pozycji pionowej przez linię. W zaciemnionym pomieszczeniu należy skoordynować położenie lunety i kolimatora. W tym celu należy nieznacznie uchylić szczelinę kolimatora (19) oświetlając ją np. lampą sodową. Odległość między szczeliną i obiektywem kolimatora należy ustawić za pomocą pokrętkła (18) tak aby otrzymać ostry obraz widziany przez lunetę. obraz szczeliny powinien być wyrównany z pionową linią celowniczą. Pozioma linia celownicza powinna krzyżować się ze środkiem obrazu szczeliny. Wypoziomowania można dokonać za pomocą śrub (9) i (17).

Załącznik 4. Niepewność pomiaru

1. Niepewność pomiaru

Niepewność całkowita wielkości x mierzonej bezpośrednio:

$$u(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + \frac{(\Delta_d x)^2}{3} + \frac{(\Delta_t x)^2}{3} + u_e^2(x)} \quad (\text{A})$$

gdzie pierwszy składnik pod pierwiastkiem – niepewność standardowa średniej; $\Delta_d x$ – niepewność wzorcowania (niepewność wynikająca z dokładności przyrządu); $\Delta_t x$ – niepewności wyników zaczerpniętych z literatury, tablic lub kalkulatora; $u_e(x)$ – niepewność standardowa eksperymentatora.

Złożoną niepewność standardową $u(y)$ – niepewność dla funkcji kilku zmiennych $y = f(x_1, \dots, x_p, \dots, x_N)$ oblicza się korzystając z **prawa przenoszenia niepewności** pomiarów bezpośrednich nieskorelowanych w postaci

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 u^2(x_i)} = \sqrt{\sum_{i=1}^N [c_i u(x_i)]^2} \equiv \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y)},$$

gdzie N – liczba wielkości mierzonych bezpośrednio, c_i – współczynnik wrażliwości, $u_i(y) \equiv c_i u(x_i)$ – udziały niepewności.

Obliczanie niepewności $u(y)$ można dokonać bez odwoływania się do rachunku różniczkowego korzystając z metody elementarnej – wzoru numerycznego wskazanego w *Przewodniku GUM*¹ poprzez obliczanie *udziałów niepewności*

$$u_i(y) = \frac{1}{2} \left| f(x_1, \dots, x_i + u(x_i), \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i - u(x_i), \dots, x_N) \right| \quad (\text{B})$$

$u_i(y)$ – zmiana wartości funkcji f spowodowana zmianą x_i o $+u(x_i)$ i o $-u(x_i)$.

$u(y)$ obliczamy jako sumę geometryczną udziałów $u_i(y)$:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y)}. \quad (\text{C})$$

2. Porównywanie wyników

Chcąc porównać otrzymane wyniki z innym wynikiem, np. tablicowym x^T , korzystamy z przedziałowego **kryterium zgodności wyników pomiarów**, czyli sprawdzamy czy dla naszych wyników spełniona jest nierówność:

$$\left| \bar{x} - x^T \right| \leq u(\bar{x}) + u(x^T). \quad (\text{D})$$

Jeżeli powyższa nierówność nie zachodzi, należy zastąpić niepewność u przez **niepewność rozszerzoną U** , gdzie $U(x) = ku(x)$ a współczynnik k , w naszym przypadku należy przyjąć 2. Jeśli i wówczas ta nierówność nie jest spełniona to znaczy, że wyniki nie są zgodne.

Niepewność rozszerzona (*expanded uncertainty*) – zdefiniowana przez „wielkość określającą przedział wokół wyniku pomiaru, taki że można oczekiwać, iż obejmie on dużą część wartości, które w uzasadniony sposób można przyporządkować wielkości mierzonej.”

Obie niepewności są powiązane zależnością $U = ku$, gdzie k – współczynnik rozszerzenia. Współczynnik rozszerzenia k zależy jest od liczby pomiarów oraz poziomu ufności (określany jest często mianem *współczynnika Studenta-Fishera $t_{n,a}$*), w większości przypadków przyjmujemy $k = 2$

¹ *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO, Switzerland 1993, 1995; (dokument wydany w imieniu BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OML). Fundamentalny dokument zbiorowego autora – zespołu międzynarodowych organizacji naukowo-technicznych – dla ustanowienia procedury wyrażania niepewności pomiaru, jest wydany przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ISO) Publikacja jest udostępniona online: http://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm_100_2008_E.pdf