Zad. E14	I PRACOWNIA FIZYCZNA Instytut Fizyki US
Temat:	**Wyznaczanie długości fali świetlnej za pomocą siatki dyfrakcyjnej**

Cel: Wyznaczenie długości fali świetlnej za pomocą siatki dyfrakcyjnej. Zapoznanie studenta ze zjawiskiem dyfrakcji i interferencji światła, wyznaczenie stałej siatki dyfrakcyjnej oraz długości fal promieniowania elektromagnetycznego. Wykształcenie u studenta kompetencji w zakresie samodzielnego posługiwania się aparaturą pomiarową oraz analizy i interpretacji wyników pomiarów.

Przyrządy: ława optyczna z podziałką mm, laser półprzewodnikowy na statywie, siatki dyfrakcyjne, ekran, przymiar wstęgowy zwijany, diafragma (przysłona kołowa), ołówek.

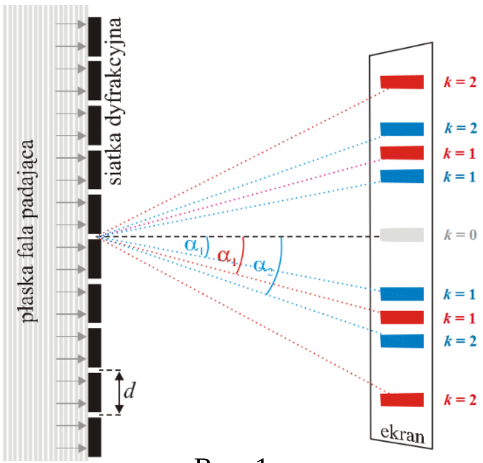
1. ZAGADNIENIA

1. Własności światła lasera. Zasada działania lasera półprzewodnikowego.
2. Uwarunkowania bezpiecznej pracy ze światłem laserowym.
3. Równanie fali świetlnej oraz jej parametry.
4. Dyfrakcja i interferencja fal świetlnych.
5. Zasada Huygensa. Opis dyfrakcji Fraunhofera i Fresnela.

2. OPIS ZAGADNIENIA

Siatka dyfrakcyjna jest szeregiem równoległych szczelin o jednakowej szerokości, przedzielonych nieprzezroczystymi dla światła przegrodami o tej samej szerokości. Odległość między szczelinami ***d*** nazywamy **stałą siatki**. Gdy szczeliny znajdujące się w odległości d od siebie, są oświetlone płaską falą elektromagnetyczną, to fale wychodzące z takich szczelin będą ulegały dyfrakcji i jednocześnie będą ze sobą interferowały. Obraz prążków interferencyjnych ilustruje rys. 1 (zaczerpnięty z Wikipedii). Prążki jasne powstają dla kątów α_k spełniających warunek, tzw. równanie siatki dyfrakcyjnej

$$k\lambda = d\sin\alpha_k, \tag{1}$$



Rys. 1.

gdzie: λ – długość fali,
k – rząd widma odpowiadający kątowi α_k.

Funkcję $\sin\alpha_k$ możemy wyrazić przez odległość ekranu od przeszkody L oraz przez x_k – Rys. 3, czyli odległość prążka k-tego rzędu od centrum – punkt „0", zapiszemy wzorem

$$\sin\alpha_k = \frac{x_k}{\sqrt{x_k^2 + L^2}}. \tag{2}$$

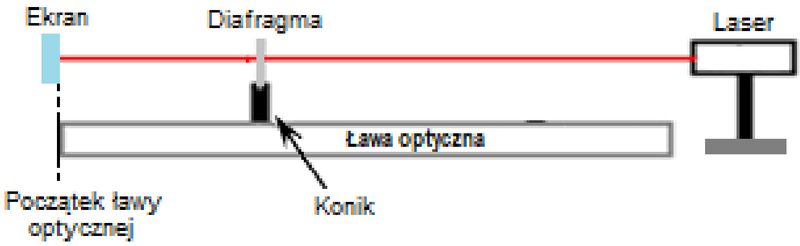
Na podstawie literatury zapoznać się z zagadnieniami.

3. PRZEBIEG WYKONANIA ĆWICZENIA

Nie wolno patrzeć bezpośrednio w wiązkę promieniowania laserowego!
Upewnij się, czy światło laserowe nie oślepi cię i inne osoby poprzez odbicia.

1. Sprawdzić ustawienie ławy optycznej – powinna być ustawiona prostopadle do ściany na której jest ekran. Płaszczyzna ekranu powinna przechodzić przez początek ławy optycznej – ułatwi to pomiar odległości od ekranu poprzez odczyt ze skali na ławie.

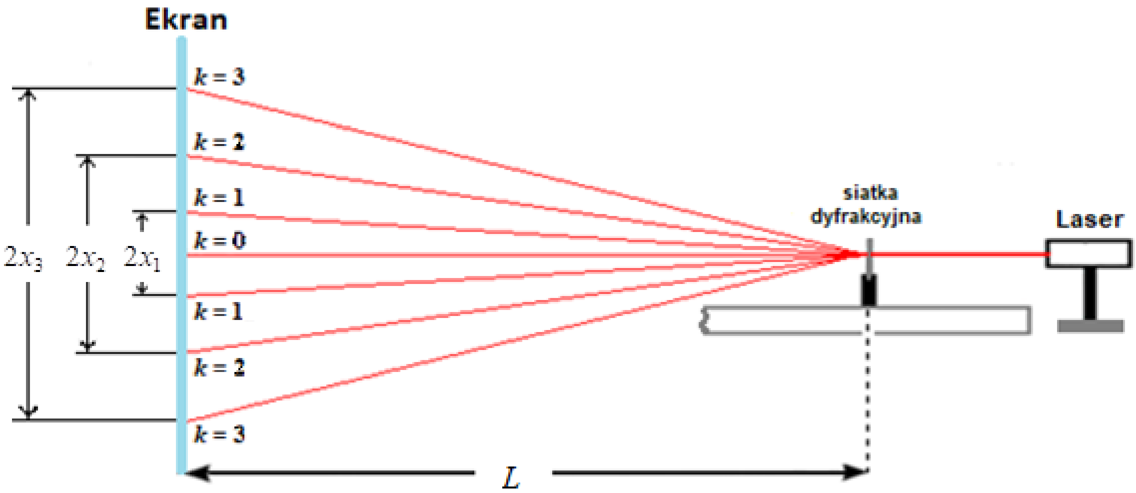
2. Ustawić laser półprzewodnikowy i diafragmę na ławie optycznej zgodnie z rys. 2.



Rys. 2. Schemat układu doświadczalnego do ustawienia biegu światła lasera, ekranu i ławy otycznej.

3. Włączyć laser i zaobserwować emisję światła. **Zwrócić baczną uwagę na bezpieczeństwo**.
   Ustawić odpowiednią wielkość otworu diafragmy. Przesuwaj diafragmę na ławie optycznej od położenia wyjścia źródła lasera do końca ławy i z powrotem. Tak skoryguj pozycję źródła, aby w każdym położeniu diafragmy na ławie optycznej światło przechodziło przez jej środek i padało prostopadle na ekran. Pozycja ta wyznacza projekcję źródła światła bez efektu dyfrakcji. Położenie „0”, zaznaczyć ołówkiem na ekranie, celem późniejszej weryfikacji ustawienia. Po ustawieniu zdejmij diafragmę z ławy.

Uwaga: Światło z lasera powinno padać ZAWSZE dokładnie prostopadle na ekran. Korekcja jego położenia podczas pomiarów może wprowadzać istotne błędy w pomiarze. W razie stwierdzenia zmiany położenia ekranu pomiary należy powtórzyć.



Rys. 3. Schemat układu fotometrycznego. Celem uwidocznienia obrazu interferencyjnego ekran narysowano w pionie (faktycznie jest w poziomie).

4. Wstaw siatkę dyfrakcyjną pomiędzy źródło światła a ekran – Rys. 3. Na ekranie powinny być widoczne prążki interferencyjne – w poziomie. Jeśli nie są w poziomie należy odpowiednio przechylić siatkę dyfrakcyjną. Na ekranie zaznaczyć ołówkiem położenia prążków.

Uwaga: **Wyłączyć laser** na czas pomiarów odległości.

5. Dokonać pomiaru odległości L od ekranu do siatki (pomiar wykonać 3-krotnie).
6. Dokonać pomiaru odległości między prążkami skrajnymi o tej samej wartości k (k = 1, 2, 3, 4, 5 aż do ostatniego widocznego). Pomiar powtórzyć 3-krotnie.
   Po pomiarze zetrzeć zaznaczenia z ekranu.
7. Pomiary wykonać dla 5 różnych odległości L od min. odległości ok. 300 mm do maksymalnej.
8. W razie możliwości pomiary powtórzyć dla innej siatki dyfrakcyjnej lub lasera zielonego.

4. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

1. Obliczyć wartości średnie, odchylenia standardowe, niepewności pomiaru z mierzonych odległości L, x_k. (Patrz wzór (A) w p. 1 dodatku).
   Niepewność całkowitą $u(L_i)$ wyznaczamy dla każdej i-tej odległości L_i.
   Niepewność całkowitą $u(x_{k,i})$ wyznaczamy oddzielnie dla każdego k-tego rzędu przy tej samej odległości L_i.
2. Wartości długości fali światła laserowego λ obliczamy dla każdego z przypadków tj. dla i-tej odległości L_i (i = 1, 2, 3, 4, 5) i k-tego rzędu prążka interferencyjnego (k = 1, 2, 3, 4, 5), ze wzoru, który otrzymujemy z (1) i (2):

$$\lambda_{k,i} = \frac{d}{k_i} \frac{x_{k,i}}{\sqrt{x_{k,i}^2 + L_i^2}} = \frac{d}{k_i}\left(1 + \left(\frac{L_i}{x_{k,i}}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}. \tag{3}$$

gdzie indeks i numeruje pomiar dla kolejnej odległości siatki dyfrakcyjnej od ekranu,
d – stała siatki dyfrakcyjnej, k_i – rząd prążka interferencyjnego dla odległości L_i.
$x_{k,i}$ – połowa odległości między prążkami skrajnymi o tej samej wartości k dla dla i-tej odległości L_i.

3. Ze wszystkich uzyskanych wartości $\lambda_{k,i}$ wyznacz wartość średnią λ długości fali światła emitowanego przez laser.
4. (Nieobowiązkowe.) Wyznacz niepewność standardową $u(\lambda)$ z prawa przenoszenia niepewności pomiarów*. Przyjmij, że wartości d i k_i we wzorze (3) są dokładnymi.
   Można to zrobić bez odwoływania się do rachunku różniczkowego korzystając z metody elementarnej – ze wzorów (C) i (B) w dodatku *Niepewność pomiaru*. Zauważmy, że $\lambda_{k,i}$ jest funkcją tylko dwóch zmiennych – odległości $x_{k,i}$ oraz L_i. Korzystając ze wzoru (B), dla postaci funkcji (3), oblicz udziały niepewności $u_{L_i}(\lambda_{k,i})$ oraz $u_{x_{k,i}}(\lambda_{k,i})$.
   Następnie oblicz, korzystając ze wzoru (C), całkowitą niepewność $u(\lambda)$.
5. Oblicz niepewność $u(\lambda)$ jako odchylenie standardowe.
6. Korzystając z przedziałowego *kryterium zgodności wyników pomiarów*** porównać otrzymane wartości długości fali dla lasera półprzewodnikowego (645 ± 10) nm.

5. Dokonać dyskusji wyników, zapisać wnioski i uwagi dotyczące doświadczenia.

LITERATURA

1. *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki w politechnice*. Red. T. Rewaj. Warszawa, PWN, 1985 (lub inne wyd.).
2. Dryński T.: *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*, p. 59. Warszawa, PWN, 1977.
3. Halliday D., Resnick R., Walker J.: *Podstawy fizyki*, t. 4, rozdz. 36, 37. Warszawa, PWN, 2007.
4. Instrukcje wybrane z Pracowni Fizycznych: a) *Pomiar długości fali świetlnej za pomocą siatki dyfrakcyjnej i spektrometru*. – http://www.if.pw.edu.pl/~labfiz1p/cmsimple2_4/1instrukcje_pdf/24.pdf
   b) *Wyznaczanie długości fali świetlnej za pomocą siatki dyfrakcyjnej.*
   http://lpf.wppt.pwr.edu.pl/opisy/cw084.pdf

***Niepewność pomiaru**

Niepewność całkowita wielkości x mierzonej bezpośrednio:

$$u(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 + \frac{(\Delta_\mathrm{d} x)^2}{3} + \frac{(\Delta_\mathrm{t} x)^2}{3} + u_\mathrm{e}^2(x)} \tag{A}$$

gdzie

pierwszy składnik pod pierwiastkiem – niepewność standardowa średniej

następnymi przyczynkami niepewności pomiaru są

$\Delta_\mathrm{d} x$ – niepewność wzorcowania (niepewność wynikająca z dokładności przyrządu)

$\Delta_\mathrm{t} x$ – niepewności wyników zaczerpniętych z literatury, tablic lub kalkulatora

$u_\mathrm{e}(x)$ – niepewność standardowa eksperymentatora.

Złożoną niepewność standardową $u(y)$ – niepewność dla funkcji kilku zmiennych $y = f(x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_N)$ oblicza się korzystając z prawa przenoszenia niepewności pomiarów bezpośrednich.

Obliczanie niepewności $u(y)$ można dokonać bez odwoływania się do rachunku różniczkowego korzystając z metody elementarnej – wzoru zalecanego przez *Przewodnik GUM* [1] poprzez obliczanie *udziałów niepewności*

$$u_i(y) = \frac{1}{2}\left| f(x_1, \ldots, x_i + u(x_i), \ldots, x_N) - f(x_1, \ldots, x_i - u(x_i), \ldots, x_N)\right| \tag{B}$$

($u_i(y)$ – zmiana wartości funkcji f spowodowana zmianą x_i o $+u(x_i)$ i o $-u(x_i)$).

i obliczanie $u(y)$ jako sumy geometrycznej udziałów:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} u_i^2(y)}\,. \tag{C}$$

W przypadku gdy zależność funkcyjna dla f ma postać jednomianu: $y = c\, x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \ldots x_n^{\alpha_n}$, c – stała, wówczas wygodnie jest korzystać z prawa propagacji niepewności względnych[2]

$$\frac{u(y)}{|y|} = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\left[\alpha_i\, u_\mathrm{r}(x_i)\right]^2}\ , \tag{D}$$

gdzie $u_\mathrm{r}(x_i) = u(x_i)/|x_i|$ – względna niepewność pomiaru wielkości x_i.

****Porównywanie wyników**

Chcąc porównać otrzymane wyniki z wynikiem tablicowym x^T, korzystamy z przedziałowego ***kryterium zgodności wyników pomiarów***, czyli sprawdzamy czy dla naszych wyników spełniona jest nierówność:

$$\left|\bar{x} - x^\mathrm{T}\right| \le u(\bar{x}) + u(x^\mathrm{T})\,. \tag{E}$$

Jeżeli powyższa nierówność nie zachodzi, należy zastąpić niepewność u przez *niepewność rozszerzoną U*, gdzie $U(x) = k u(x)$ a współczynnik k, w naszym przypadku należy przyjąć 2. Jeśli i wówczas ta nierówność nie jest spełniona to znaczy, że wyniki nie są zgodne.

Niepewność rozszerzona (*expanded uncertainty*) – zdefiniowana przez „wielkość określającą przedział wokół wyniku pomiaru, taki że można oczekiwać, iż obejmie on dużą część wartości, które w uzasadniony sposób można przyporządkować wielkości mierzonej."

Obie niepewności są powiązane zależnością $U = ku$, gdzie k – współczynnik rozszerzenia. Współczynnik rozszerzenia k zależny jest od liczby pomiarów oraz poziomu ufności (określany jest często mianem *współczynnika Studenta-Fishera* $t_{n,\alpha}$), w większości przypadków przyjmujemy $k = 2$

---

[1] *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO, Switzerland 1993, 1995; (dokument wydany w imieniu BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OML). Fundamentalny dokument zbiorowego autora – zespołu międzynarodowych organizacji naukowo-technicznych – dla ustanowienia procedury wyrażania niepewności pomiaru, jest wydany przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ISO) Publikacja jest udostępniona online: http://www.bipm.org/utils/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf

[2] Niepewność względna w *Przewodniku GUM* nie ma oddzielnego oznaczenia. W sytuacjach nie powodujących nieporozumień będzie stosowany zapis z indeksem dolnym „r” tj. $u_\mathrm{r}(y) \equiv u(y)/y$.