

Zad. E08	I PRACOWNIA FIZYCZNA Instytut Fizyki US
Temat:	Wyznaczanie promienia krzywizny soczewki płasko-wypukłej metodą pierścieni Newtona i sferometru

Cel: wyznaczenie promienia krzywizny soczewki płasko-wypukłej metodą pomiaru promieni interferencyjnych. Wykształcenie u studenta samodzielnego posługiwania się aparaturą pomiarową oraz umiejętności analizy i interpretacji wyników pomiarów.

Przyrządy: mikroskop – stolik wyposażony w dwie śruby mikrometryczne, lampa sodowa o długości fali światła żółtego 589,3 nm (w rzeczywistości jest to tzw. dublet, czyli dwie położone blisko siebie linie, jedna odpowiadająca długości fali 588,99 nm, a druga 589,59 nm), soczewka płasko-wypukła, szklana płytka równoległościenna, płytka mikrometryczna; sferometr.

1. ZAGADNIENIA

1. Budowa mikroskopu, zasada jego działania.
2. Zjawisko dyfrakcji i interferencji światła.
3. Doświadczenie Younga. Warunki powstawania minimum i maksimum interferencyjnego.
4. Superpozycja fal, fale spójne, interferencja fal jako szczególny przypadek superpozycji fal. Zasada Huygensa.
5. Powstawanie pierścieni Newtona. Wyprowadzić wzór na promień pierścienia Newtona. Dyfrakcja fal świetlnych.

2. OPIS ZAGADNIENIA

A. Pierścienie Newtona

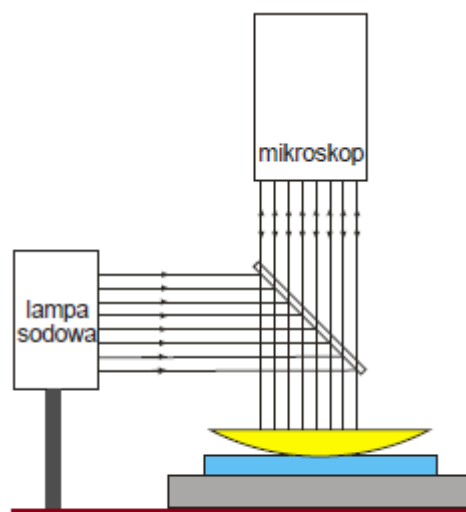
Obserwacja pierścieni pozwala przeprowadzić szybką i dokładną kontrolę jakości szlifów powierzchni płaskich i soczewek.

Na podstawie literatury zapoznać się z opisami. Szczególnie z wyprowadzeniem wzoru

$$R_k^2 = k\lambda r$$

na promień R_k , k -tego prążka interferencyjnego.

Schemat układu pomiarowego wykorzystywanego w doświadczeniu ukazuje Rys. 1. Promienie ze źródła światła padają na płytkę półprzezroczalną AB , która część światła odbija w kierunku stolika mikroskopu, na którym leży płytka płasko-równoległa, a na niej soczewka płasko-wypukła. Promienie świetlne padające normalnie na górną, płaską powierzchnię soczewki płasko-wypukłej wchodzi do wnętrza soczewki, gdzie odbijają się częściowo na dolnej, zakrzywionej powierzchni soczewki, a częściowo przechodzą przez tę powierzchnię i po przejściu cienkiej warstwy, o grubości h , ośrodka o współczynniku załamania n między soczewką a płytką, padają na górną powierzchnię płytki płasko-równoległej. Po odbiciu od niej i ponownym przejściu przez soczewkę, interferują z promieniem odbitym od zakrzywionej powierzchni soczewki. Przebieg promieni pokazany jest schematycznie



Rys. 1. Schemat układu doświadczenia.

B. Sferometr – pomiar promienia krzywizny

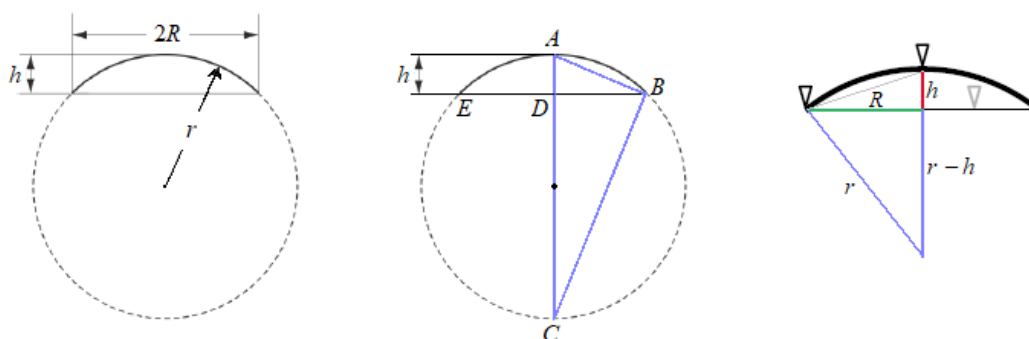
Sferometr jest prostym urządzeniem do pomiaru strzałki h czaszy kulistej o znanej średnicy podstawy $2R$ (Rys. 2 i 3). Wartość tej strzałki związana jest z promieniem krzywizny r badanej powierzchni, następującą zależnością, znaną z geometrii (Rys. 2):

$$R^2 = h(2r - h). \quad (1)$$

Stąd

$$r = \frac{R^2 + h^2}{2h}. \quad (2)$$

Sferometr składa się z podstawy w postaci metalowego pierścienia oraz zegarowego czujnika mikrometrycznego – rys. 3 a) i b). Do regulacji (zerowania) sferometru służy śruba umożliwiająca swobodny przesuw czujnika oraz obrotowa podziałka, wyskalowana najczęściej w setnych bądź dziesiątych częściach milimetra.



Rys. 2. Rysunek pomocniczy do wyprowadzenia wzoru (1). Na rys. c) trzy trójkątki oznaczają nóżki sferometru, które leżą na okręgu o średnicy $2R$. Odcinek EB odpowiada średnicy $2R$ sferometru (promień wewnętrzny pierścienia; odcinek $AD (= h)$ – wysokość strzałki, czaszy kulistej; $AC (= 2r)$ – średnica krzywizny soczewki. Na rys. b) kąt przy wierzchołku B jest prosty, $\triangle ABD \sim \triangle BCD$, zatem: $h/R = R/(2r - h)$, stąd wzór (1).

3. PRZEBIEG WYKONANIA ĆWICZENIA

A. Czynności początkowe.

1. Włączyć lampę sodową i odczekać ok. 8 minut aż do całkowitego rozżarzenia lampy.
2. Sprawdź czy na stoliku przedmiotowym mikroskopu (tzw. stolik krzyżowy z pokrętkami przesuwu stolika – kierunki lewo-prawo, przód-tył) z dźwignią zaciskową dla szkiełka przedmiotowego jest położona soczewka – jeśli tak, dokonaj obserwacji – powinny być widoczne pierścienie. Ustawić ostrość widzenia do własnego wzroku.
3. Dokonaj pomiaru promieni pierścieni interferencyjnych wg p. C jeśli nie ma ustawionych pierścieni przejdź do p. B.

B. Cechowanie podziałki okularu mikrometrycznego.

1. Umieścić na stoliku mikroskopu płytkę ze skalą mikrometryczną (100 podziałek na 1 mm) i oświetlić ją od dołu poprzez zwierciadło mikroskopu. Ustawić w mikroskopie ostry obraz górnej powierzchni płytki (przy pomocy bocznego pokrętkła).

2. Za pomocą pokręteł przesunąć stolik mikroskopu tak, aby podziałka skali mikrometrycznej pokrywała się z podziałką okularu. Skalę w okularze obracamy Obracając bęben okularu, ustawić skalę zerowej podziałce. Odczytać wskazania podziałki na bębnie okularu.
3. Obracając śrubą okularu, ustawić kolejno $n = 10, 20, 30, 40$ i 50 na podziałce skali mikrometrycznej. Dla każdego ustawienia odczytać wskazania okularu mikrometrycznego m_i (w górnej części pola widzenia znajduje się skala główna, na której należy odczytać numer setki, natomiast na bębnie odczytać dziesiątki i jedności).

C. Pomiar promieni pierścieni interferencyjnych.

1. Przetrzyj rącznikiem papierowym lub chusteczką soczewkę i płytkę. Połóż płytkę na stoliku mikroskopu a na płytce soczewkę płaską stroną do góry a następnie
 - a) ustaw środek soczewki pod obiektywem mikroskopu, tak aby osie optyczne soczewki i obiektywu pokrywały się;
 - b) wyreguluj wysokość tubusa mikroskopu nad soczewką, tak aby otrzymać ostry obraz pierścieni Newtona.

Uwaga: Jeśli nie widać pierścieni należy sprawdzić położenie soczewki – p. a), ponownie ustawić w mikroskopie ostry obraz górnej powierzchni płytki równoległosciennej (przy pomocy bocznego pokręta).
2. Zadbaj o regularny kształt pierścieni. Gdy uznasz, że nie mają one kształtu okręgu, przetrzyj ponownie płytkę i soczewkę lub przesun soczewkę w inne miejsce na płytce.
3. Upewnij się, że środek pierścieni jest ciemny. Gdy tak nie jest, przetrzyj zarówno płytkę jak i soczewkę lub przesun soczewkę w inne miejsce na płytce.
4. Przesunąć układ na stoliku mikroskopu tak, aby centrum pierścieni (ciemne pole) znajdowało się pośrodku pola widzenia okularu.
5. Przesuwając wskaźnik okularu, odczytać wskazania podziałki okularu dla co najmniej pięciu ciemnych pierścieni po prawej (odczyt wartości – p) i lewej stronie (odczyt wartości – l) punktu centralnego. Pomiary wykonać trzykrotnie.

Uwagi

Aby uzyskać dokładniejszy wynik, należy unikać wybierania promieni pierścieni Newtona położonych blisko siebie.

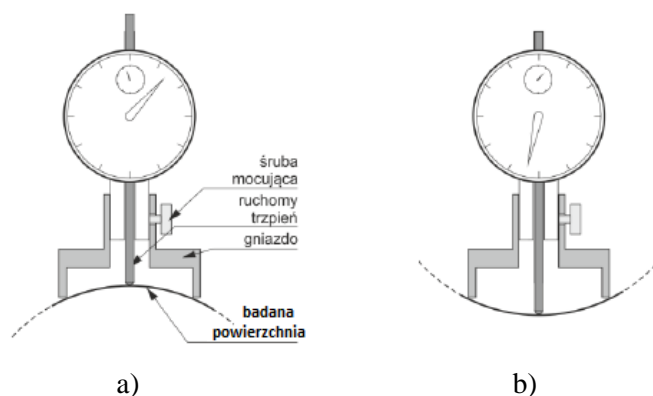
Pomiary promieni pierścieni wykonaj następująco: ustaw wybrany punkt (odniesienia) na skali na wybranym, ciemnym lub jasnym pierścieniu po lewej stronie i wykonaj pomiary położenia ciemnych i jasnych prążków, przesuwając stolik mikroskopu zawsze w jedną stronę, z lewa na prawo, ku wewnętrznym pierścieniom – do centralnego obszaru – a następnie przez coraz to większe numery pierścieni, aż dotrzesz do pierścienia o tym samym numerze, od którego zacząłeś, lecz tym razem po przeciwnej stronie centralnego obszaru. Procedura ta ma na celu uniknięcie luzów śruby mikrometrycznej w mechanizmie stolika. Postaraj się zmierzyć możliwie największą liczbę pierścieni. Zadbaj o to, by przesuwając stolik mikroskopu w trakcie pomiaru, przejść przez środek centralnego, ciemnego obszaru wzoru interferencyjnego.

D. Pomiar promienia krzywizny soczewki przy użyciu sferometru

1. Zapoznać się z działaniem sferometru pierścieniowego. Zanotować jakie jest przesunięcie trzpienia sferometru dla pełnego obrotu wskazówki czujnika.
2. Zmierzyć średnicę sferometru. Pomiar wykonać suwmiarką mierząc wewnętrzną średnicę na brzegu pierścienia co najmniej 6x (dla tego brzegu, który dotyka do powierzchni).
3. Ustawić sferometr na szklanej płytce i określić położenie punktu odniesienia.

Uwaga: Wartość h strzałki czaszy kulistej soczewki jest różnicą wskazań czujnika na płycie płasko-równoległej i na mierzonej powierzchni. Dla sferometru pierścieniowego jest możliwość regulacji położenia czujnika względem pierścienia i ustawienia na położenie „0”, w tym celu połuźnić śrubę regulacyjną, w wyniku czego wskazówka ustawi się w położeniu "0", dokręcić śrubę regulacyjną, obracając tarczą z podziałką ustawić „0”.

4. Pomiar promienia krzywizny soczewki – ustawić sferometr na badanej soczewce i odczytać wartość strzałki h . Czynności te powtórzyć co najmniej 6x, notując wyniki.



Rys. 3. Sferometr pierścieniowy, pomiar powierzchni wypukłej – a) i wklęsłej – b).

Skorzystano z rys. z instrukcji PWr *Pomiar odległości ogniskowych soczewek*,

Sferometr pierścieniowy ma czujnik zegarowy nałożony na jego trzpień gniazdem (pierścieniem). Przesuw trzpienia jest przekazywany za pomocą specjalnego mechanizmu przekładniowego wskazówce, która obraca się o odpowiedni kąt na tarczy ze skalą (pełny obrót wskazówki odpowiada na ogół przesunięciu o 1 mm, a wartość działki elementarnej podziałki wynosi 0,01 mm).

E. Czynności końcowe i porządkowe.

1. Ustawić pierścienie Newtona – wykonaj czynności z p. C. 1-4.
2. Wyłączyć lampę sodową. Zestawić przyrządy na przynależnym im miejscu.

4. OPRACOWANIE WYNIKÓW POMIARÓW

A. Cechowanie podziałki okularu mikrometrycznego.

- 1) Wyznaczyć stałą cechowania:

$$K_i = \frac{m_i}{n_i} \quad \Delta K_i = 0,13$$

gdzie: m_i – liczba działek na skali mikrometrycznej, n_i – liczba działek na skali okularu.

- 2) Obliczyć wartość średnią stałej cechowania:

$$K_{\text{sr}} = \sum_i K_i, \quad \Delta K_{\text{sr}} = \frac{K_i}{4}.$$

Wartość liczbowa jednej podziałki bębna okularu:

$$\{\alpha\} = 0,01/K_{\text{sr}}$$

Jednostka α i jej niepewność graniczna

$$[\alpha] = \text{mm}, \quad \Delta\alpha = \left| -\frac{\Delta K_{\text{sr}}}{K_{\text{sr}}} \right| \cdot \alpha.$$

B. Wyznaczanie promieni pierścieni interferencyjnych i wyznaczenie wartości r .

- 1) Obliczyć wartości średnie i odchylenia standardowe wszystkich otrzymanych odległości l_i i p_i . Dla małej próby zastosować współczynniki $t_{n,\alpha}$ Studenta przy poziomie ufności $\alpha = 0,95$.
- 2) Obliczyć promienie kolejnych pierścieni:

$$a_i = \frac{p_i - l_i}{2} \cdot \alpha.$$

Obliczyć niepewność pomiaru* $u(a_i)$.

Przyjmij graniczną niepewność pomiaru: $\Delta l_i = \Delta p_i = 100$ (dokładność skali okularu).

- 3) Promień krzywizny r soczewki płasko-wypukłej użytej w doświadczeniu, obliczamy ze wzoru:

$$r = \frac{a_m^2 - a_n^2}{(m - n) \cdot \lambda},$$

gdzie λ – długość fali światła, przyjmując $\lambda = (588,99 \text{ nm} + 589,59 \text{ nm})/2$.

Do wyznaczenia wartości r należy wybierać pierścienie jak najbardziej oddalone od siebie.

Powyższy wzór otrzymujemy ze wzoru $n\lambda = a_n^2/r$ na n -ty rząd interferencyjny, u nas pierścieni.

Obliczyć wartość średnią i oszacować niepewność pomiaru $u(r)$.

- 4) Sporządzić wykres $a_n^2 = f(n)$. Z wykresu, z nachylenia prostej, wyznaczyć wartość r . Oszacować niepewność pomiaru.

Można skorzystać z metody regresji liniowej – dostępna w arkuszach kalkulacyjnych.

C. Wyznaczanie promienia krzywizny soczewki przy użyciu sferometru

1. Określić niepewności graniczne pomiarów bezpośrednich.
2. Obliczyć wartości średnie i niepewność pomiaru* $u(r)$.

D. Zestawienie wyników i niepewności pomiarowych.

Porównać otrzymane różnymi metodami wartości r korzystając z kryterium zgodności*.

5. Dokonać dyskusji wyników, zapisać wnioski i uwagi dotyczące doświadczenia.

LITERATURA

1. Pawlak B., Gąsowski R., Kozłowski J.: *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki dla przyrodników*. Szczecin, Wyd. Naukowe US, 2005.
2. Podręczniki akademickie, np. Sz. Szczenowski, *Fizyka doświadczalna*, t. IV, *Optyka*. Warszawa, PWN, 1983.
3. Szydłowski H.: *Ćwiczenia laboratoryjne z fizyki*. Warszawa, PWN, 1999.
4. Magiera A. (red.): I Pracownia fizyczna. p. 4.13: *Pomiar długości fali świetlnej z wykorzystaniem pierścieni Newtona*. Wyd. IV, IF UJ 2014; <http://www.1pf.if.uj.edu.pl/documents/5046939/5227638/skrypt.pdf>
5. *Wyznaczanie promienia krzywizny soczewki płasko-wypukłej metodą pierścieni Newtona*. I Pracownia Fizyczna, WFiLS UŁ; <http://kawe.wfis.uni.lodz.pl/IPF/Instrukcje/O-16.pdf>
Wyznaczanie długości fali świetlnej za pomocą pierścieni Newtona. <http://labor.ps.pl/wfo8.html>
6. Woźniak A. W.: *Pomiar promieni krzywizny – sferometr pierścieniowy, czujnikowy; w: Pomiary optyczne I: Wykład 7 – Metody pomiarów elementów układów optycznych*. http://www.if.pwr.edu.pl/~wozniak/pomiary_optyczne_1_pliki/wyklad_7.pdf

*Niepewność pomiaru

Niepewność całkowita wielkości x mierzonej bezpośrednio:

$$u(x) = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 + \frac{(\Delta_d x)^2}{3} + \frac{(\Delta_t x)^2}{3} + u_e^2(x)} \quad (\text{A})$$

gdzie

pierwszy składnik pod pierwiastkiem – niepewność standardowa średniej

następnymi przyczynkami niepewności pomiaru są

$\Delta_d x$ – niepewność wzorcowania (niepewność wynikająca z dokładności przyrządu)

$\Delta_t x$ – niepewności wyników zaczerpniętych z literatury, tablic lub kalkulatora

$u_e(x)$ – niepewność standardowa eksperymentatora.

Złożoną niepewność standardową $u(y)$ – niepewność dla funkcji kilku zmiennych

$y = f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_N)$ oblicza się korzystając z prawa przenoszenia niepewności pomiarów bezpośrednich.

Obliczanie niepewności $u(y)$ można dokonać bez odwoływania się do rachunku różniczkowego korzystając z metody elementarnej – wzoru zalecanego przez *Przewodnik GUM*¹ poprzez obliczanie *udziałów niepewności*

$$u_i(y) = \frac{1}{2} \left| f(x_1, \dots, x_i + u(x_i), \dots, x_N) - f(x_1, \dots, x_i - u(x_i), \dots, x_N) \right| \quad (\text{B})$$

($u_i(y)$ – zmiana wartości funkcji f spowodowana zmianą x_i o $+u(x_i)$ i o $-u(x_i)$).

i obliczanie $u(y)$ jako sumy geometrycznej udziałów:

$$u(y) = \sqrt{\sum_{i=1}^N u_i^2(y)}. \quad (\text{C})$$

W przypadku gdy zależność funkcyjna dla f ma postać jednomianu: $y = c x_1^{\alpha_1} x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}$, c – stała, wówczas wygodnie jest korzystać z prawa propagacji niepewności względnych²

$$\frac{u(y)}{|y|} = \sqrt{\sum_{i=1}^N [\alpha_i u_r(x_i)]^2}, \quad (\text{D})$$

gdzie $u_r(x_i) = u(x_i)/|x_i|$ – względna niepewność pomiaru wielkości x_i .

**Porównywanie wyników

Chcąc porównać otrzymane wyniki, korzystamy z przedziałowego **kryterium zgodności wyników pomiarów**, czyli sprawdzamy czy dla naszych wyników spełniona jest nierówność:

$$|\bar{x}_1 - \bar{x}_2| \leq u(\bar{x}_1) + u(\bar{x}_2). \quad (\text{E})$$

Jeżeli powyższa nierówność nie zachodzi, należy zastąpić niepewność u przez **niepewność rozszerzoną U** , gdzie $U(x) = k u(x)$ a współczynnik k , w naszym przypadku należy przyjąć 2. Jeśli i wówczas ta nierówność nie jest spełniona to znaczy, że wyniki nie są zgodne.

Niepewność rozszerzona (*expanded uncertainty*) – zdefiniowana przez „wielkość określającą przedział wokół wyniku pomiaru, taki że można oczekiwać, iż obejmie on dużą część wartości, które w uzasadniony sposób można przyporządkować wielkości mierzonej.”

Obie niepewności są powiązane zależnością $U = k u$, gdzie k – współczynnik rozszerzenia. Współczynnik rozszerzenia k zależy jest od liczby pomiarów oraz poziomu ufności (określany jest często mianem *współczynnika Studenta-Fishera $t_{n,a}$*), w większości przypadków przyjmujemy $k = 2$.

¹ *Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement*, ISO, Switzerland 1993, 1995; (dokument wydany w imieniu BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OML). Fundamentalny dokument zbiorowego autora – zespołu międzynarodowych organizacji naukowo-technicznych – dla ustanowienia procedury wyrażania niepewności pomiaru, jest wydany przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ISO) Publikacja jest udostępniona online: http://www.bipm.org/utis/common/documents/jcgm/JCGM_100_2008_E.pdf

² Niepewność względna w *Przewodniku GUM* nie ma oddzielnego oznaczenia. W sytuacjach nie powodujących nieporozumień będzie stosowany zapis z indeksem dolnym „r” tj. $u_r(y) \equiv u(y)/y$.