Danuta Stachórska
UMCS w Lublinie

RÓŻNE POZIOMY ROZUMOWANIA PRZY ROZWIĄZYWANIU ZADAŃ Z FIZYKI

Fizyka w Szkole, str. 143 – 145, nr 3, 1983

Wśród rozmaitych sposobów, stosowanych przy rozwiązywaniu zadań z fizyki, można wyróżnić kilka grup, które dają się uszeregować według poziomów określonych przez rozwój intelektualny i przygotowanie matematyczne uczniów. Rozwiązanie zadania wymaga z jednej strony swobodnego operowania odpowiednimi pojęciami fizycznymi, z drugiej – odpowiedniej sprawności rachunkowej, którą uczniowie powinni nabyć na lekcjach matematyki.

Nie dostrzega się często pewnej trudności leżącej na styku tych zagadnień. Chodzi tu o *rozumienie wzoru na wielkość fizyczną*.

Na poziomie niższym, związanym z rozumowaniem konkretnym i małym wyobrażeniem matematycznym uczeń rozumie wzór tylko w jedną stronę, traktuje ten wzór jedynie jako przepis, mówiący, jakie ma wykonać działania na konkretnych, danych liczbach, aby obliczyć szukaną wielkość. Wzór $d = \frac{m}{V}$ oznacza, że aby obliczyć gęstość, należy podzielić masę przez objętość. Z otrzymaną w ten sposób wartością gęstości można, w razie potrzeby, dokonywać różnych dalszych obliczeń. Nie można jednak tego czynić z wyrażeniem m/V, bo w umyśle dziecka nie przedstawia ono żadnej wielkości fizycznej, a wiąże się jedynie z czynnością dzielenia.

Poziom wyższy, uwarunkowany myśleniem abstrakcyjnym i umiejętnością operowania liczbami ogólnymi, jest osiągnięty wtedy, gdy uczeń potrafi, że zrozumieniem sensu fizycznego, podstawić występujące we wzorze wyrażenie algebraiczne w miejsce odpowiedniego symbolu w innym wzorze. Potrafi następnie przeprowadzić rachunek na liczbach ogólnych i na końcu, podstawiwszy do wyniku wartości liczbowe, powrócić do konkretnego zagadnienia. Czasem zdarza się, że zastosowanie jakiegoś ogólnego twierdzenia lub prawa pozwala pominąć szereg wzorów i przekształceń i dojść do wyniku krótszą nietypową drogą. Wymaga to na ogół jeszcze wyższego poziomu intelektualnego i wyrobienia matematycznego niż typowe algebraiczne rozwiązanie.

Poniżej zilustrujemy na bardzo prostym przykładzie rozwiązanie odpowiadające różnym poziomom rozumowania.

Należy rozwiązać następujące zadanie:
Kula drewniana o promieniu r = 2 cm ma masę 25 g[1]. Jaka jest masa kuli o promieniu
R = 4 cm, wykonanej z tego samego drewna?

Sposób I – najelementarniejszy

Potrzebne wiadomości i umiejętności: obliczanie objętości kuli (wzór lub przepis słowny), intuicyjne przekonanie o proporcjonalności masy i objętości. Działania arytmetyczne.

Rozbijamy rozwiązanie zadania na kilka pytań:

1) Ile cm3 wynosi objętość małej kuli?

$$\frac{4}{3} \cdot 2^3 \cdot 3{,}14 = 33{,}5$$

Objętość małej kuli $= 33{,}5$ cm^3.

2) Jaka jest masa 1 cm^3 drewna?
25:33,5=0,746
Masa 1 cm^3 drewna = 0,746 g.

3) Ile cm^3 wynosi objętość dużej kuli?

Objętość dużej kuli cm^3.

[1] Zamiast kuli można podać sześcian o boku 2 cm i masie 6 g. (Przyp.red.)

4) Jaka jest masa dużej kuli?
$267{,}9 \cdot 0{,}746 = 199{,}65$
Masa dużej kuli =200 g (po zaokrągleniu).

Sposób II – etapowy

Potrzebne wiadomości i umiejętności: wzór na objętość kuli, definicja i wzór na gęstość (rozumiana tylko, jako przepis do wykonania działań na konkretnych liczbach), umiejętność przekształcenia wzorów w najprostszych przypadkach, działania arytmetyczne na ułamkach.

Oznaczamy odpowiednio: masa i objętość dużej kuli – *M*, *V*, małej – *m, υ*, gęstość drewna *d*; *M* =?

$$M = V \cdot d; \qquad d = \frac{m}{\upsilon};$$

$$\upsilon = \frac{4}{3} \cdot 2^3 \cdot 3{,}14\ \mathrm{cm}^3 = 33{,}5\ \mathrm{cm}^3,$$

$$d = \frac{m}{\upsilon} = \frac{25\ \mathrm{g}}{33{,}5\ \mathrm{cm}^3} = 0{,}746\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3},$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 4^3 \cdot 3{,}14\ \mathrm{cm}^3 = 267{,}9\ \mathrm{cm}^3,$$

$$M = V \cdot d = 267{,}9\ \mathrm{cm}^3 \cdot 0{,}746\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3} = 199{,}6\ \mathrm{g} = 200\ \mathrm{g}$$

Sposób III – algebraiczny

Potrzebne wiadomości i umiejętności: wzór na objętość kuli, definicja gęstości. Rozumienie wzoru jako równości dwóch wyrażeń algebraicznych, z których każde można, nie tracąc z oczu sensu fizycznego, podstawić w miejsce odpowiedniego symbolu do innego wzoru. Działania na i wielomianach i ułamkach algebraicznych.

$$M = V \cdot d; \qquad d = \frac{m}{\upsilon};$$

$$\upsilon = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi; \quad V = \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi;$$

$$M = \frac{m}{\frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi} \cdot \frac{4}{3} \cdot R^3 \cdot \pi = m \cdot \frac{R^3}{r^3} = m\left(\frac{R}{r}\right)^3 = m \cdot 8 = 25\ \mathrm{g} \cdot 8 = 200\ \mathrm{g}.$$

Sposób IV

Potrzebne wiadomości i umiejętności: stosunek objętości dwóch brył podobnych równa się trzeciej potędze stosunku ich odpowiednich wymiarów liniowych. Masa ciała jest proporcjonalna do jego objętości.

Rozwiązanie: objętość dużej kuli jest $\left(\frac{R}{r}\right)^3 = 2^3$ razy większa od objętości małej kuli. To samo odnosi się do masy. Więc masa dużej kuli $= m \cdot 8 = 25\ \mathrm{g} \cdot 8 = 200\ \mathrm{g}$.

W ten sposób zadanie rozwiązuje się w pamięci.

Widać, że im wyższy poziom myślenia abstrakcyjnego, wiadomości i umiejętności – tym „łatwiejsze", mniej pracochłonne jest rozwiązanie i tym mniejszego wymaga wysiłku umysłowego. Rozwiązanie sposobem czwartym polega na zastąpieniu szczegółowego wzoru na objętość kuli twierdzeniem ogólniejszym, co bardzo ułatwia otrzymanie ostatecznego wyniku. Natomiast największy wysiłek umysłowy występuje w przypadku pierwszym. Przy stosowaniu sposobów 2-go i 3-go część tego wysiłku myślowego zastąpiona jest przez mechaniczne podstawienie do wzorów. Do sposobu trzeciego zaliczyć można i takie rozwiązania, które posługują się równaniami. Reprezentują one trochę wyższy poziom niż rozwiązanie omówione w podanym przykładzie. Główna jednak różnica polega na większej komplikacji rachunkowej;

bariera abstrakcji polegająca na operowaniu wyrażeniami zawierającymi liczby ogólne tak jak konkretnymi wielkościami fizycznymi, została już przezwyciężona.

Wśród rozmaitych zadań z fizyki wiele jest oczywiście takich, których nie da się rozwiązać sposobem pierwszym. Są także i takie, dla których nie można znaleźć jakiegoś zręcznego chwytu, jak w sposobie czwartym. Najczęściej więc w praktyce szkolnej stosowane są sposób drugi i trzeci. Od średniego ucznia wyższych klas licealnych wymaga się oczywiście, aby swobodnie i ze zrozumieniem posługiwał się sposobem trzecim.

Czy jednak, zaczynając przerabiać zadania na lekcjach fizyki w klasach VI i VII należy zmuszać uczniów, by od razu ten sposób stosowali? Oczywiście nie. Popełniają błąd dydaktyczny ci nauczyciele, którzy wymagają od dzieci, aby od razu rozwiązywały zadanie na liczbach ogólnych. Dzieci nie rozumiejąc sensu fizycznego przekształceń uczą się ich jak algorytmów na pamięć. Łatwo w ten sposób doprowadzić do mechanicznego wyuczenia się tego, co najpierw powinno zostać zrozumiane i przeniknąć do intuicji.

Stosując sposób drugi, uczeń oblicza na poszczególnych etapach konkretne wartości liczbowe wielkości występujących w zadaniu. Dzięki temu sens fizyczny wykonywanych działań jest mu bliższy, łatwiejszy do objęcia intuicją, a plan rozwiązania jest wyraźnie widoczny. Takie rozwiązanie ma dużą wartość kształcącą i przygotowuje niewyrobione jeszcze umysły młodzieży do stosowania lepszych bardziej abstrakcyjnych sposobów.

Przechodząc do sposobu trzeciego, uczeń powinien przynajmniej jedno zadanie rozwiązać obydwoma sposobami i na tym przykładzie przekonać się wyraźnie, jakim ułatwieniem jest operowanie wyrażeniami ogólnymi. Równocześnie świadomość możliwości użycia sposobu etapowego będzie go w pewnym stopniu chronić przed zagubieniem w operacjach algebraicznych sensu fizycznego.

Czy na lekcjach fizyki można i należy pominąć sposób pierwszy i zacząć od razu od drugiego? Czy też w początkowej fazie powinniśmy zaczynać od sposobu pierwszego – bez żadnych wzorów?

Zależy to oczywiście od stopnia wyrobienia umysłowego dzieci, od tego czy w klasach IV i V na matematyce względnie na nauce o przyrodzie rozwiązały wystarczającą liczbę podobnych zadań tym elementarnym sposobem. Uczniowi bowiem, który nie rozwiązał pewnej liczby zadań sposobem pierwszym, a od razu przechodzi do drugiego, grozi niebezpieczeństwo mechanicznego uczenia się wzorów na pamięć bez zrozumienia. Nauczywszy się w ten sposób na przykład wzoru $d = \frac{M}{V}$, może łatwo na skutek zmęczenia czy zdenerwowania pomylić się i napisać $d = \frac{V}{M}$. Pomyłki tej nie odczuje, bo nie ma intuicyjnego pojęcia ciężaru właściwego ani gęstości.

Aby więc nie wyrobić w młodzieży nawyku bezmyślnego uczenia się wzorów i algorytmów rachunkowych, należy przy rozwiązywaniu zadań przechodzić od sposobów najbardziej elementarnych, operujących konkretami, do metod wymagających coraz to wyższego poziomu abstrakcji.

Trudność polega na tym, że nie wiadomo, jak szybkie może być to przejście. Jednemu uczniowi wystarczy jedno lub dwa zadania sposobem pierwszym i drugim, by mógł przejść do trzeciego. Inny powinien rozwiązać kilkanaście zadań sposobem pierwszym zanim będzie intelektualnie przygotowany do stosowania drugiego.

Rzeczą doświadczonego nauczyciela jest znaleźć najlepsze wyjście z tej sytuacji.