

Możliwości wykorzystania jo–jo wodnego do przeprowadzenia serii edukacyjnych eksperymentów fizycznych

Stanisław Bednarek, Uniwersytet Łódzki

Streszczenie

Na początku wystąpienia przedstawiono budowę bardzo prostej, łatwo dostępnej i pomysłowej zabawki, nazywanej elastyczną kulą wodną lub jo-jo wodnym. Podczas wystąpienia zaprezentowano kilkanaście doświadczeń pokazowych i ćwiczeń z różnych działów fizyki wykonanych z użyciem tej zabawki. Doświadczenia te dotyczyły takich działów, jak: dynamika ruchu obrotowego, zderzenia, drgania, fale oraz hydrodynamika i mogą być wykorzystane na różnych poziomach nauczania fizyki, począwszy od szczebla propedeutycznego a skończywszy na studiach wyższych.

Wstęp

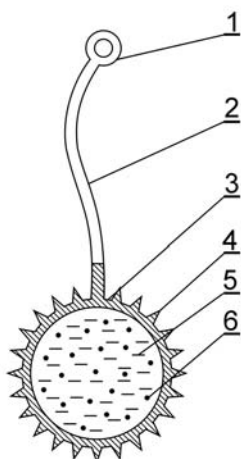
W większości sklepów z zabawkami, a nawet w kioskach, można kupić w cenie kilku złotych bardzo prostą a jednocześnie niezwykle interesującą zabawkę. Jest nią jo-jo wodne, nazywane też elastyczną kulą wodną. Zabawka ta wykonana została w całości z bardzo elastycznego i zabarwionego, ale jednocześnie przepuszczającego światło kauczuku silikonowego, (fot. 1, rys. 1). Składa się ona z uchwytu w kształcie pierścienia, połączonego z mającą długość ok. 17 cm taśmą, która z kolei przechodzi w sferę o średnicy 5 cm, pokrytą regularnie rozmieszczonymi, miękkimi kolcami. Sfera wypełniona jest wodą i nie mieszającą się z nią białawą substancją, tworzącą kłaczkowatą zawiesinę.



Fot. 1. Wygląd zewnętrzny elastycznej kuli wodnej.

Mimo swojej niezwykle prostej budowy, zabawka ta pozwala na wykonanie szeregu interesujących eksperymentów, które dobrze nadają się do wykorzystania na różnych poziomach

nauczania fizyki. Celem niniejszego wystąpienia jest przedstawienie sposobów przeprowadzenia tych właśnie doświadczeń.

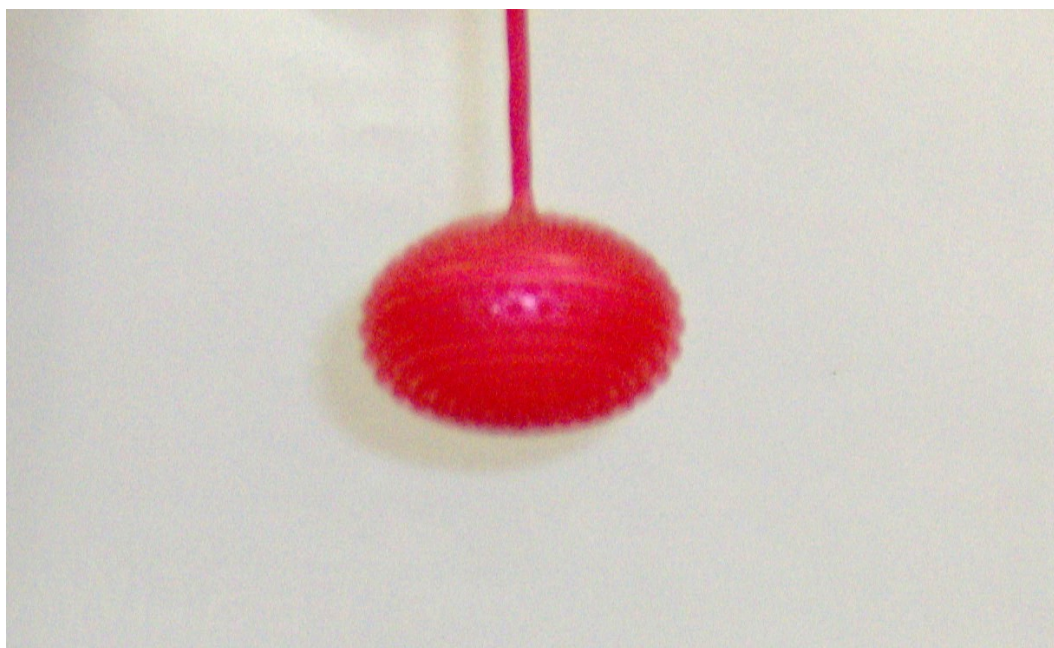


Rys. 1. Budowa elastycznej kuli wodnej.

1 – uchwyt, 2 – taśma, 3 – sfera, 4 – kołec, 5 – woda, 6 – cząstka zawiesziny.

1. Kształt ciała sprężystego w ruchu obrotowym

Zabawkę trzymamy palcami jednej ręki za uchwyt, tak żeby kula zwisała swobodnie. Zauważamy, że zwisająca kula ma kształt sferyczny. Następnie, palcami drugiej ręki obejmujemy kulę i obracamy ją kilkadziesiąt razy w płaszczyźnie poziomej, tak długo aż taśma ulegnie silnemu skręceniu. Teraz puściliśmy kulę swobodnie i uważnie obserwujemy jej zachowanie i kształt. Widzimy, że kula zaczyna się coraz szybciej obracać wokół swojej pionowej osi. Kształt kuli ulega przy tym zmianie i ze sferycznego staje się coraz bardziej elipsoidalny, przy czym oś wielka elipsoidy ma kierunek poziomy, (fot. 2). Jest to spowodowane działaniem na sferę i zawartą w niej wodę sił odśrodkowych, rozciągających je w kierunku prostopadłym do osi obrotu.



Fot. 2. Elipsoidalny kształt wirującej, elastycznej kuli wodnej.

Po rozkręceniu taśmy kula obraca się dalej w tę samą stronę i skręca taśmę w przeciwnym kierunku, zmniejszając przy tym swoją prędkość. Wraz ze spadkiem prędkości jej kształt zbliża się do sferycznego. W końcu kula zatrzymuje się, przyjmując kształt sferyczny. Dalej opisane procesy powtarzają się, ale maksymalna prędkość kuli zmniejsza się w wyniku strat energii na pokonanie sił tarcia o powietrze oraz oporów ruchu wynikających z niedoskonałej sprężystości taśmy. Doświadczenie to bardzo dobrze ilustruje w poglądowy sposób, dlaczego niektóre planety o płynnym wnętrzu, w tym również Ziemia, mają kształt elipsoid, [1]. Może być ono również wykorzystane do pokazania wzajemnych przemian energii potencjalnej sprężystości na energię kinetyczną ruchu obrotowego.

2. Ruch jednostajny po okręgu w płaszczyźnie poziomej

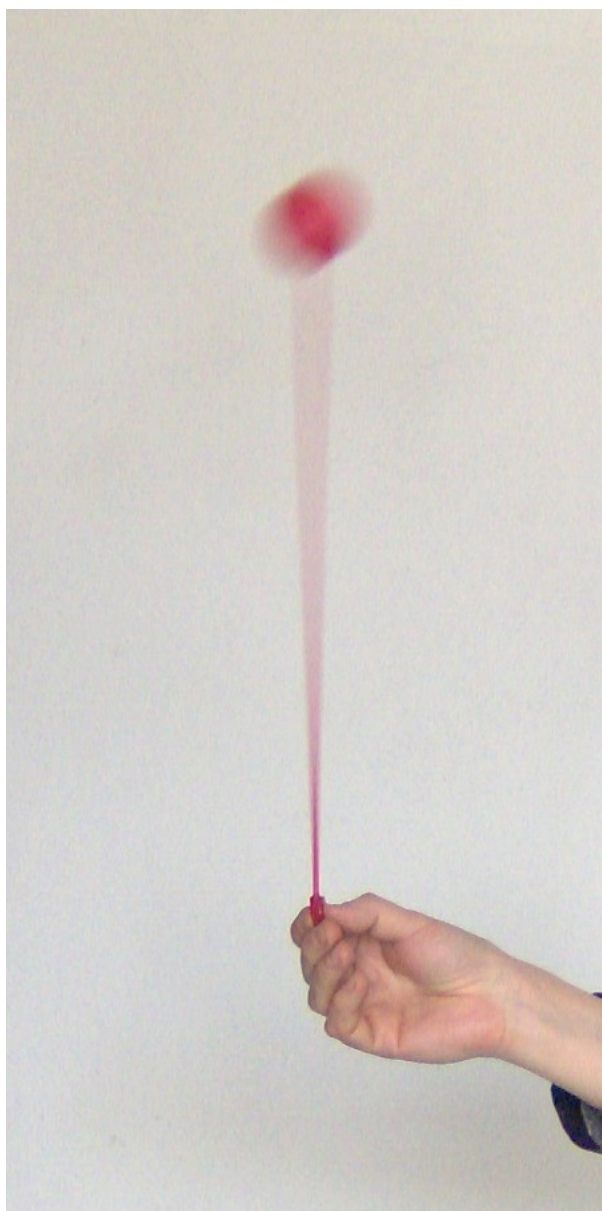
Zabawkę ujmujemy za uchwyt palcami jednej dłoni, tak żeby taśma i kula zwisały pionowo. Zataczając tą dłonią małe, poziome kółka wprawiamy kulę w ruch po okręgu w płaszczyźnie poziomej. Zauważamy, że taśma ulega przy tym odchyleniu od pionu i porusza się po powierzchni bocznej stożka, (fot. 3). Zwiększając prędkość ruchu dłoni widzimy, iż kąt odchylenia taśmy od pionu i jej długość wzrastają.



Fot. 3. Elastyczna kula wodna, poruszająca się ruchem jednostajnym po okręgu w płaszczyźnie poziomej.

3. Ruch obrotowy kuli w płaszczyźnie pionowej

Zabawkę trzymamy za tak samo, jak w poprzednim doświadczeniu. Dłonią wykonujemy ruchy po łuku w płaszczyźnie pionowej, tak żeby wprawić kulę w wahania, o jak największej amplitudzie. W pewnym momencie, amplituda ta jest już tak duża, że kula wykonuje pełny obrót w płaszczyźnie pionowej. Następnie, kontynuujemy ruchy dłoni, podtrzymując ruch obrotowy kuli, (fot. 4). Zwiększając szybkość ruchów dłoni, zauważamy że kula również krąży szybciej a długość taśmy, wyznaczająca promień toru, po którym się ona porusza wzrasta.



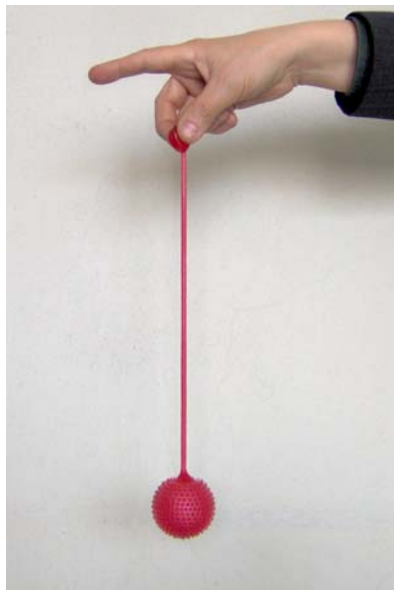
Fot. 4. Elastyczna kula wodna, wykonująca ruch obrotowy w płaszczyźnie pionowej.

Dzieje się tak dlatego, że wartość siły odśrodkowej rozciągającej taśmę jest wprost proporcjonalna do kwadratu prędkości kuli. W tym doświadczeniu należy zwrócić uwagę, że tor ruchu kuli nie jest dokładnie okręgiem – tor ten byłby okręgiem, gdyby taśma była nierozciągliwa. Jest tak dlatego, że kula poruszając się ku górze traci część swojej energii kinetycznej na rzecz energii wzrastającej energii potencjalnej ciężkości. Prędkość kuli na tym etapie ruchu maleje a to z kolei powoduje zmniejszenie siły odśrodkowej i promienia toru.

4. Zasada zachowania momentu pędu

Na początku zabawkę wprawiamy w ruch obrotowy w płaszczyźnie pionowej w sposób podobny, jak opisany w poprzednim doświadczeniu. Różnica polega tym, że uchwyt zabawki trzymamy kciukiem i palcem środkowym jednej ręki a palec wskazujący pozostaje zgięty tuż przy palcu środkowym. W pewnym momencie ruchu kuli wyprostowujemy palec wskazujący, (fot. 5). W wyniku tego taśma nawija się na ten wyprostowany palec i promień toru kuli maleje, (fot. 6). Ponieważ, moment pędu poruszającej się kuli pozostaje z dobrym przybliżeniem

stały, a promień toru maleje, to prędkość kątowna kuli musi wzrastać. Stąd też, bez trudu zauważamy, że przy mniejszej długości taśmy kula nawija się na palec wskazujący coraz szybciej.



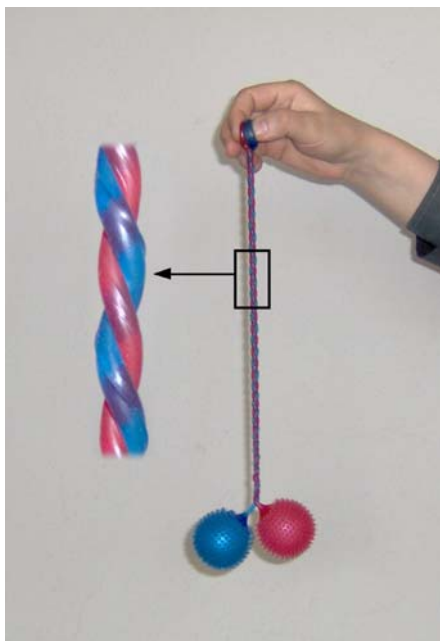
Fot. 5. Przygotowanie elastycznej kuli wodnej do pokazu zasady zachowania momentu pędu.



Fot. 6. Pokaz zasady zachowania momentu pędu przy użyciu elastycznej kuli wodnej.

5. Karuzela złożona z dwóch kul

Uchwyty dwóch zabawek składamy razem i przytrzymujemy palcami jednej ręki, tak żeby kule i taśmy zwisały swobodnie. Palcami drugiej ręki ujmujemy obie kule i obracając je kilkadziesiąt razy wokół osi pionowej skręcamy taśmy ze sobą, (fot. 7). Następnie puścimy kule swobodnie. Zauważamy, że taśmy się rozkręcają i wprawiają kule w ruch po okręgu w płaszczyźnie poziomej. Taśmy podtrzymujące kule odchylają się przy tym od pionu i przyjmują pozycję ukośną, (fot. 8). Jest to spowodowane działaniem sił odśrodkowych, podobnie jak w doświadczeniu z kulą poruszającą się ruchem jednostajnym po okręgu w płaszczyźnie poziomej.



Fot. 7. Przygotowanie elastycznych kul wodnych do pokazu karuzeli.



Fot. 8. Działanie karuzeli złożonej z dwóch elastycznych kul wodnych.

Wraz z rozkręcaniem się taśm, prędkość kątowna kul i ich kąt odchylenia wzrastają. Ponieważ, kule oddalają się od osi obrotu wzrasta również ich sumaryczny moment bezwładności. Rozpędzone kule ponownie skręcają taśmy w odwrotnym kierunku i opisane efekty się powtarzają, przy czym energia mechaniczna układu stopniowo maleje wskutek występowania oporów ruchu. Doświadczenie to w interesujący sposób ilustruje dynamikę ruchu obrotowego układu o zmiennym momencie bezwładności i przemiany energii mechanicznej.

6. Zderzenie ciał częściowo sprężystych

Uchwyty dwóch zabawek składamy ze sobą i trzymamy palcami jednej ręki, tak żeby taśmy i kule zwisały swobodnie a kule stykały się ze sobą. Jedną z kul chwytamy palcami drugiej ręki, odchylamy od pionu o pewien kąt i puścimy swobodnie, (fot. 9). Odchylona kula wracając do położenia równowagi uderza w nieruchomą kulę i powoduje jej odrzut. Sama przy tym zmniejsza swoją prędkość i też odchyła się o pewien kąt. Między kulami zachodzi zderzenie częściowo sprężyste, które jest charakteryzowane przez współczynnik sprężystości k ,

($0 < k < 1$). Pęd kul w tym zderzeniu jest zachowany, natomiast energia kinetyczna zachowana jest częściowo. Ilość zachowanej energii określa właśnie współczynnik sprężystości k .



Fot. 9. Przygotowanie elastycznych kul wodnych do pokazu zderzenia ciał częściowo sprężystych.

Warto tutaj dodać, że zderzenie częściowo sprężyste jest najbardziej adekwatnym modelem rzeczywistych zderzeń i występuje np. podczas kolizji pojazdów, dlatego też doświadczenie to ma duże walory kształcące. Jeżeli, dwie zabawki zawiesimy obok siebie za uchwyty, np. nakładając je na jeden lub dwa poziome pręty albo przywiązując je do prętów kawałkami nici, to będziemy mogli badać bardziej złożone przypadki zderzeń. Mogą to być zderzenia, w których obie kule mają prędkości początkowe, zderzenia skośne i zderzenia niecentralne. Te ostatnie często występują w mikroświecie, np. rozpraszanie Ruthenforda.

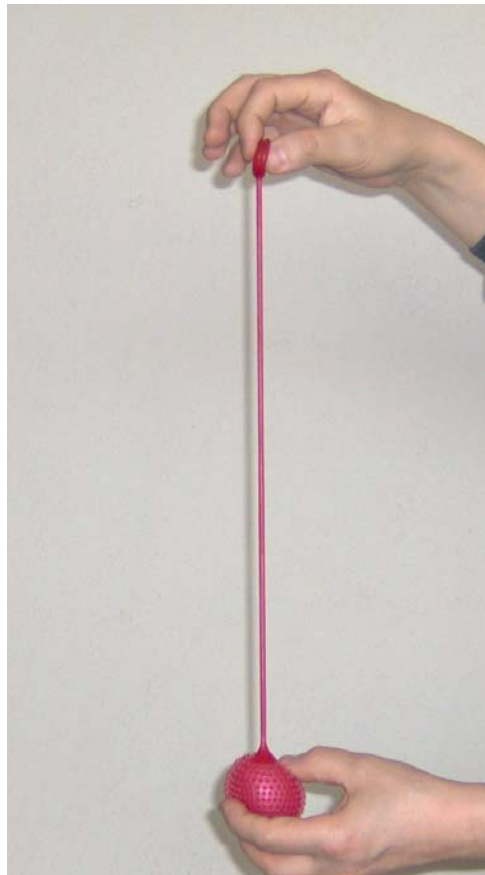
7. Wahadło sprężynowe

Zabawkę trzymamy palcami jednej ręki za uchwyt i pozwalamy jej zwiisać nieruchomo. Następnie pociągamy palcami drugiej ręki za kulę pionowo w dół i puszczone ją swobodnie, (fot. 10). Zauważamy, że kula zaczyna wykonywać drgania w kierunku pionowym wokół położenia równowagi, (fot. 11). Ponieważ, siła sprężystości ma wartość wprost proporcjonalną do wychylenia i jest zwrócona do położenia równowagi, są to drgania harmoniczne. Elastyczna taśma spełnia w tym przypadku rolę zwykle używanej do tego celu sprężyny spiralnej.

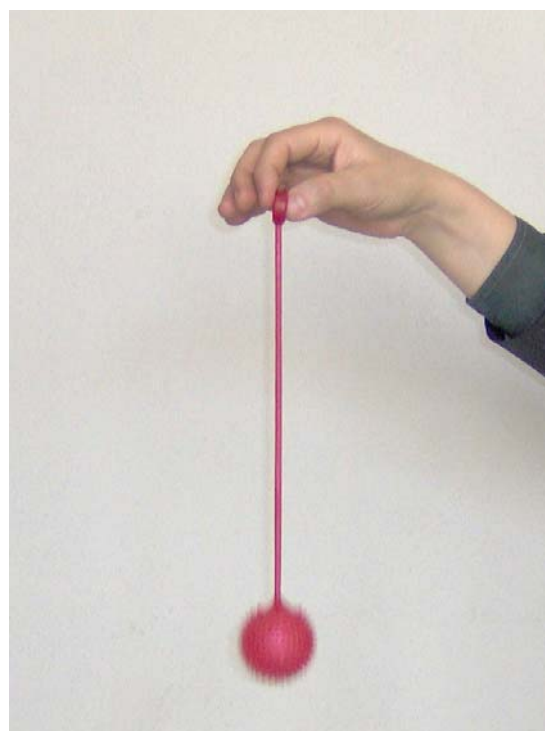
Kulę wodną można tutaj wykorzystać zarówno do doświadczeń pokazowych, jak i ćwiczeń o charakterze ilościowym. Masę drgającej kuli łatwo jest zwiększyć, nakładając na nią obciążniki o znanej masie, np. wykonane z kawałków plasteliny. Z kolei, długość początkową elastycznej taśmy można skracać, chwytając palcami lub mocując zabawkę za taśmę poniżej uchwytu. Pozwala to na sprawdzenie znanego dla wahadła sprężynowego wzoru na jego okres drgań T , który ma następującą postać:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}. \quad (1)$$

We wzorze (1), m oznacza masę kuli wraz z ewentualnymi, dodatkowymi obciążnikami a k jest współczynnikiem sprężystości taśmy aktualnie drgającej części taśmy, [2].



Fot. 10. Elastyczna kula wodna przed wykorzystaniem jej w roli wahadła sprężynowego.



Fot. 11. Wahadło sprężynowe, wykonane z elastycznej kuli wodnej.

8. Wahadło o zmiennej długości

Przytrzymujemy palcami jednej ręki uchwyt zabawki, tak aby taśma miała kierunek pionowy i kula zwisała swobodnie. Drugą ręką chwytamy kulę, odchylamy ją od pionu o pewien kąt i puścimy swobodnie. Odchylona kula wraz z taśmą wraca do położenia równowagi, wychyla się w przeciwną stronę i znowu wraca do tego położenia, (fot.12). Dalej opisane ruchy się powtarzają a ich amplituda wskutek istnienia oporów stopniowo maleje. Uważnie obserwując ruch kuli stwierdzamy, że długość taśmy ulega przy tym zmianom. Na kulę poruszającą się po łuku działa bowiem siła odśrodkowa, która powoduje rozciąganie elastycznej taśmy. Siła ta jest wprost proporcjonalna do kwadratu prędkości kuli i ma większą wartość przy przechodzeniu kuli w pobliżu położenia równowagi, kiedy jej prędkość też jest większa.



Fot. 12. Elastyczna kula wodna, jako wahadło o zmiennej długości.

W wyniku, tego kula wykonuje ruch złożony z dwóch ruchów – ruchu posuwisto-zwrotnego wzdłuż taśmy i ruchu wahadłowego po łuku. Ruch wzdłuż taśmy jest szybciej tłumiony niż ruch wahadłowy, dlatego w krótkim czasie drgania kuli stają się zbliżone do drgań wahadła fizycznego. Zanim to nastąpi, ruch kuli ma bardzo widowiskowy i interesujący charakter. Ilościowy opis całego ruchu wymaga zastosowania równań różniczkowych i metod numerycznych, [3]. Dlatego, jest to możliwe dopiero podczas wykładu z mechaniki teoretycznej. Tak więc, opisane doświadczenie może służyć zarówno do zainteresowania uczniów fizyką, jak i do stworzenia problemu ilościowego dla studentów wyższej uczelni.

9. Rezonans mechaniczny

Podobnie, jak w poprzednim eksperymencie, zabawkę trzymamy za palcami jednej ręki za uchwyt, tak żeby zwisała pionowo. W pewnej chwili zaczynamy wykonywać ręką ruchy posuwisto-zwrotne w kierunku pionowym, (fot. 13). Widzimy, iż kula również rozpoczyna wykonywanie ruchów drgających w tym kierunku. Staramy się zaobserwować, jaka jest amplituda tych drgań. Zmieniamy częstotliwość ruchów ręki i obserwujemy wpływ tych zmian na amplitudę drgań kuli. Okazuje się, że przy odpowiednio dobranej częstotliwości ruchów ręki

amplituda drgań kuli jest największa. W tej sytuacji kula znajduje się w stanie rezonansu mechanicznego.

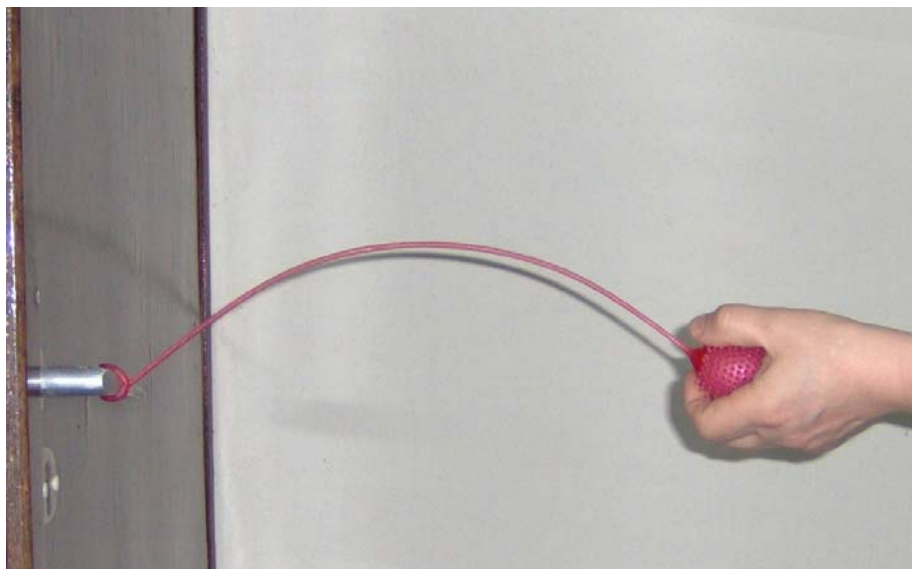


Fot. 13. Wykorzystanie elastycznej kuli wodnej do pokazu zjawiska rezonansu mechanicznego.

10. Fala stojąca

Uchwyt zabawki zaczepiamy o jakiś stały punkt. Może to być, np. klamka przy drzwiach, wieszak do ubrań lub statyw. Kulę chwytamy jedną ręką i odsuwamy od uchwytu, tak żeby taśma była lekko naciągnięta i zajmowała pozycję poziomą. Palcem drugiej ręki naciskamy na taśmę w kierunku pionowym i puszczamy ją swobodnie. Zauważamy, że w naprężonej taśmie wzbudza się fala stojąca. Strzałka tej fali znajduje się w połowie długości taśmy a węzły wypadają na jej końcach – przy uchwycie i kuli, (fot. 14).

Charakterystyczną cechą wytworzonej fali jest to, że wzbudza się podstawowy mod drgań, czyli drgania o najniższej częstotliwości. Jeżeli, nie mamy w pobliżu punktu zaczepienia dla uchwytu zabawki, to możemy poprosić drugą osobę o potrzymanie naprężonej taśmy w rękach w pozycji poziomej. Zmieniając siłę naprężającą taśmę i wzbudzając w niej kolejne fale możemy zaobserwować, że częstotliwość drgań wzrasta wraz ze zwiększaniem siły naprężającej. Zauważamy to widząc większe rozmycie obrazu drgającej taśmy.

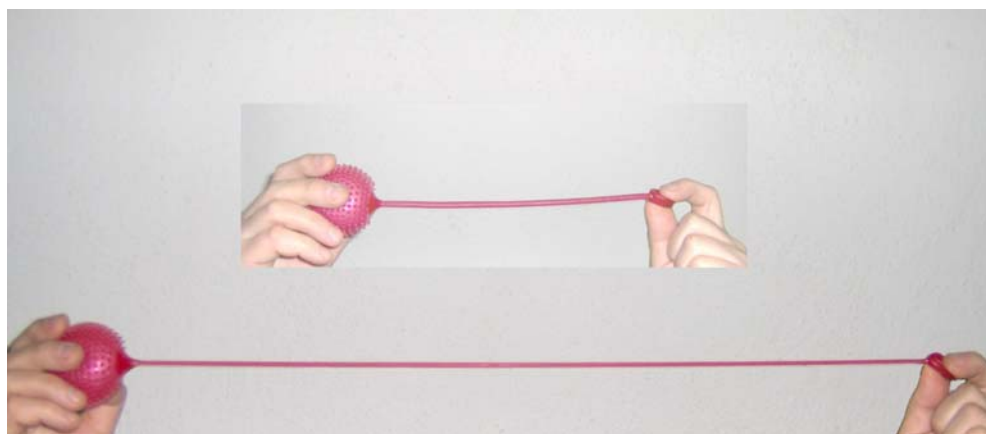


Fot. 14. Wytwarzanie fali stojącej przy użyciu elastycznej kuli wodnej.

11. Przewężenie ciała podczas rozciągania

Jest faktem powszechnie znanym, że przyłożenie siły rozciągającej do ciała sprężystego powoduje jego wydłużenie. Spowodowane przez tę siłę wydłużenie jest tym większe, im większa jest wartość przyłożonej siły. Znacznie mniej znanym i intrygującym faktem jest zmiana poprzecznych rozmiarów ciała poddanego rozciąganiu, [4]. Z faktem tym możemy zapoznać uczniów wykonując następujące doświadczenie. Chwytny palcami jednej ręki koniec taśmy w pobliżu uchwytu a przeciwny koniec ujmujemy w pobliżu kuli palcami drugiej ręki. Ustawiamy dłonie na jednakowej wysokości i oddalmy je nieco od siebie, tak żeby taśma przyjęła kierunek poziomy, ale nie była rozciągnięta. Obserwujemy grubość taśmy.

Następnie oddalamy powoli dłonie od siebie, obserwując przez cały czas grubość taśmy. Stwierdzamy, że wraz ze wzrostem wydłużenia taśmy jej grubość maleje. Ponieważ, taśma jest bardzo rozciągliwa możemy bez obawy rozerwania zwiększyć jej długość nawet 3–4 razy i bezpośrednio zaobserwować bardzo wyraźne przewężenie taśmy, (fot. 15). Znane dotychczas z literatury doświadczenie pokazowe nie pozwalało na bezpośrednią obserwację i wymagało użycia dodatkowego pierścienia, [5].



Fot. 15. Pokaz przewężenia ciała podczas rozciągania przy użyciu elastycznej kuli wodnej.

12. Prawo Pascala

Elastyczną kulę zabawki kładziemy na płaskiej, poziomej powierzchni, np. na stole. Na kulę od góry nakładamy monetę jednozłotową lub inny krążek o podobnych rozmiarach. Naciskamy palcem na monetę i obserwujemy kształt kuli, (fot. 16). Zauważmy, że kula ulega jednakowemu odkształceniu we wszystkich kierunkach. Takie zachowanie się kuli wskazuje na słuszność prawa Pascala, które orzeka, że ciśnienie zewnętrzne, wywierane na ciecz lub gaz rozchodzi się w nich jednakowo we wszystkich kierunkach i jest prostopadłe do powierzchni cieczy lub gazu. Zamiast wywierać nacisk na kulę przez monetę, możemy naciskać na nią bezpośrednio palcem. Wówczas kula przyjmie kształt toroidu, (fot. 17).



Fot. 16. Wykorzystanie elastycznej kuli wodnej do pokazu prawa Pascala.



Fot. 17. Inny sposób wykorzystania elastycznej kuli wodnej do pokazu prawa Pascala.

Doświadczenie potwierdzające prawo Pascala możemy przeprowadzić w jeszcze inny, bardziej efektowny sposób. Obejmujemy kulę od dołu kciukiem i palcem wskazującym jednej dłoni, tak żeby dolna część kuli znalazła się między tymi palcami. Następnie powoli zaciskamy oba palce aż do maksymalnego zbliżenia. Widzimy, że ponad zaciśniętymi palcami tworzy

się mniejsza kula, co również wskazuje na rozchodzenie się w cieczy ciśnienia jednakowo, we wszystkich kierunkach i prostopadle do jej powierzchni, (fot. 18).



Fot. 18. Sposób zaciśnięcia elastycznej kuli wodnej do pokazu prawa Pascala.

13. Ruch turbulentny cieczy

Kulę obejmujemy zgiętymi czterema palcami jednej ręki i zgiętym kciukiem, tak żeby ponad palce wystawała około połowa kuli, (fot. 19). Taśma i uchwyt zabawki powinny przy tym swobodnie zwisać. Następnie, szybko zaciskamy palce zgniatając elastyczną kulę. Widzimy, że powyżej zaciśniętych palców tworzy się uwypuklenie o przewężonej i przezroczystej ściance z rozsuniętymi kolcami, (fot. 20). Wewnątrz tego uwypuklenia widoczna jest woda z poruszającymi się ruchem wirowym białymi kłaczkami. Kłaczki te wizualizują turbulentny ruch wody, spowodowany nagłym zaciśnięciem kuli, [6].



Fot. 19. Sposób uchwycenia elastycznej kuli wodnej do pokazu ruchu turbulentnego cieczy.



Fot. 20. Ruch turbulentny cieczy w elastycznej kuli wodnej.

Podsumowanie

Z przedstawionych tutaj opisów wynika, że wiele interesujących eksperymentów fizycznych o różnorodnej tematyce i dużym potencjale edukacyjnym można wykonać, praktycznie bez żadnych przygotowań, używając bardzo prostych i tanich środków, którymi są zabawki fizyczne, [7].

Literatura

- [1]. A. H. Cook: Physics of The Earth and Planets. Macmillan Press, New York 1973.
- [2]. Sz. Szцениowski: Fizyka doświadczalna, cz. I. Mechanika i akustyka. PWN, Warszawa 1972.
- [3]. W. Gough. J. P. G. Richards, R. P. Williams: Vibrations and Waves. Ellis Horwood, London 1983.
- [4]. M. Zakrzewski, J. Zawadzki: Wytrzymałość materiałów. PWN, Warszawa 1983.
- [5]. J. Ferguson, Z. Kembłowski: Reologia stosowana płynów. Wyd. Marcus, Łódź 1995.
- [6]. T. Dryński: Doświadczenia pokazowe z fizyki. PWN, Warszawa 1964.
- [7]. S. Bednarek: Dokąd zmierza fizyka zabawek. „Postępy fizyki, Dwumiesięcznik Polskiego Towarzystwa Fizycznego”, 2004 r., Tom 55, Zeszyt 1, s.31.