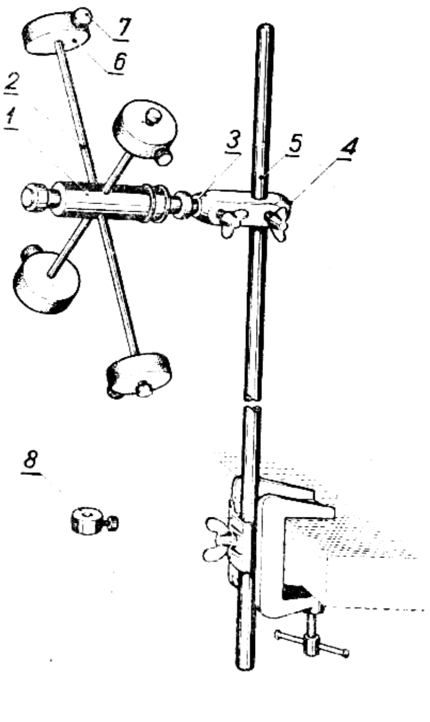
WAHADŁO OBERBECKA
V 6 – 38a

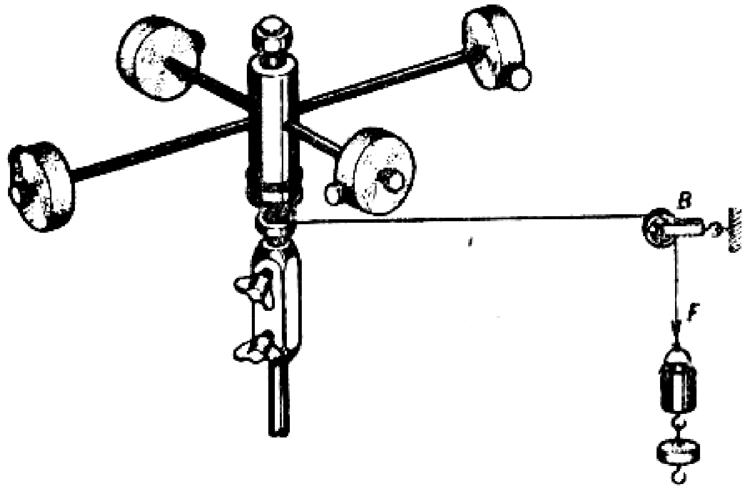
Wahadło ma zastosowanie na lekcjach fizyki w klasie I i III liceum ogólnokształcącego. Przyrząd stanowi bryłę sztywną utworzoną przez tuleję (1) i cztery wkręcone w nią pręty stalowe (2). Pręty tworzą prostokątny, równoramienny krzyżak, który może się obracać dookoła osi, przechodzącej przez punkt przecięcia się ramion i prostopadłej do płaszczyzny przez nie wyznaczonej. Tuleja, wyposażona na końcach w łożyska kulkowe, jest osadzona obrotowo na stalowej osi (3), którą za pomocą łącznika prostego (4) można umocować na pręcie statywu (5). Na pręty wahadła nakłada się obciążniki (6) zaopatrzone w śruby zaciskowe (7). Można je przesuwać na prętach i unieruchomić w dowolnej odległości od osi obrotu. Stanowią one elementarne masy. Rozmieszczenie ich względem osi obrotu decyduje o charakterze ruchu obrotowego (mniejsze lub większe przyspieszenie). Na pręty nakłada się również pierścienie oporowe (8), potrzebne w niektórych doświadczeniach. Obciążniki i pierścienie oporowe nakłada się na pręty po odkręceniu nakrętek na ich końcach. Nakrętki te zabezpieczają przed zsunięciem się obciążników prętów podczas wirowania przyrządu. Tuleja podczas wirowania przyrządu. Tuleja ma przy jednym końcu dwa wgłębienia o średnicach 30 i 15 mm, a przy drugim końcu jedno wgłębienie o średnicy 15 mm.



Rys. 1.

Wgłębienia te spełniają rolę bloczków, na które nawijają się linki w czasie doświadczenia. Linki przywiązuje się do haczyków na bloczkach mniejszych lub zaczepia w otworze na boku większego bloczka. Na drugim końcu zawiesza się ciężarki. Prawidłowo działające wahadło zostaje wprawione w ruch obrotowy pod wpływem ciężarka 0,5 N, gdy obciążniki są ustawione na końcach prętów krzyżaka, a wahadło ma równowagę obojętną.

Przyrząd można ustawić do doświadczeń tak, aby jego oś miała położenie poziome jak na rysunku 2. W tym drugim przypadku działanie siły F (reprezentowanej przez szalkę z obciążnikami) na bryłę jest przenoszone za pośrednictwem bloczka B umocowanego za pomocą łącznika krzyżowego na pręcie statywu lub do stołu. Pionowe ustawienie osi bryły umożliwia przeprowadzenie kilku eksperymentów, których nie można wykonać, gdy oś jest pozioma.



Rys. 2.

Wahadło Oberbecka jest przyrządem dość uniwersalnym i nadaje się do wykonywania eksperymentów pokazowych i ćwiczeń laboratoryjnych dotyczących następujących zagadnień:

1. ruch obrotowy bryły sztywnej,
2. ruch drgający wahadła fizycznego,
3. prawa ruchu jednostajnie przyspieszonego i opóźnionego,
4. rodzaje równowagi bryły zawieszonej na nieruchomej osi.

W możliwościach eksperymentalnych wahadła Oberbecka na pierwszy plan wysuwają się doświadczenia dotyczące ruchu obrotowego, tzn. doświadczenia wymienione w punkcie 1 i 2 omówionej tematyki. Wahadło Oberbecka użyte do doświadczeń na temat ruchu przyspieszonego punktu materialnego odgrywa rolę zmodyfikowanego przyrządu Atwooda.

DOŚWIADCZENIA

Ruch obrotowy bryły

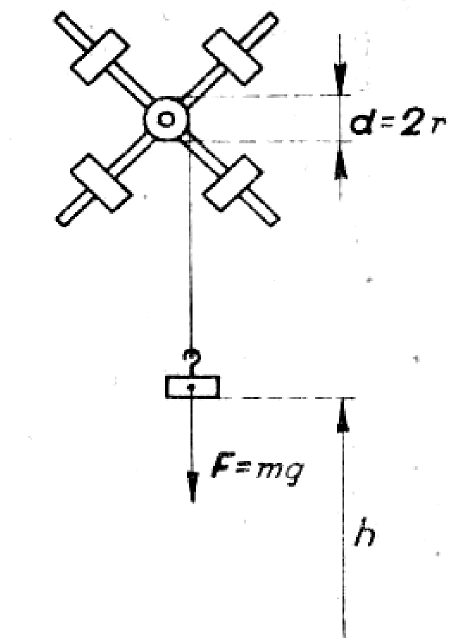
I zasada dynamiki ruchu obrotowego dotyczy spoczynku lub ruchu jednostajnego. Jej sens wyraża sformułowanie: Każda bryła znajduje się w spoczynku (prędkość kątowa równa jest zero) lub porusza się ruchem obrotowym jednostajnym (ω = const.), jeżeli na bryłę nie działa żaden moment siły zewnętrznej (moment siły $M = 0$) lub moment sił zewnętrznych równoważą się, tzn., że ich suma jest równa zeru ($\Sigma M = 0$).
Przesuwane wzdłuż ramion wahadła obciążniki mocujemy w dowolnej, lecz jednakowej odległości od osi obrotu, a następnie wahadło ustawiamy nieruchomo z osią skierowaną poziomo. Wyjaśnimy: spoczynek bryły ma miejsce, dlatego, że momenty sił obrotu równoważą się. Następnie
wprawiamy bryłę wahadła w szybki ruch obrotowy (np. za pomocą dłoni) i pozostawiamy ją samej sobie. Bryła obraca się dość długo, bo tarcie jest niewielkie. W krótkim odstępie czasowym ruch taki można traktować jako ruch obrotowy jednostajny. Wyjaśniamy: ruch obrotowy jednostajny ze stałą prędkością kątową ma miejsce, dlatego, że suma momentów sił

ciężkości względem osi obrotu poszczególnych mas elementarnych równa jest zeru, tzn. momenty dodatnie równe są, co do wartości momentom ujemnym. W tym zachowaniu się bryły obracającej się wyraża się jej bezwładność, tzn. tendencja do utrzymania stałej prędkości kątowej. W przeprowadzonym doświadczeniu mamy wykazaną stałość prędkości kątowej, tylko, jeśli chodzi o jej wartość liczbową- doświadczenie mówi, że w krótkim odstępie czasowym liczba obrotów na sekundę nie zmienia się. Należałoby wykazać jeszcze, że stałość w wyraża się również stałością kierunku, tzn. niezmiennością osi obrotu. Tego za pomocą wahadła Oberbecka wykazać nie można; należy w takim przypadku odwołać się do doświadczeń z giroskopem, czyli z tzw. „bąkiem". Omówione zjawiska, będące ilustracją I zasady dynamiki dla ruchu obrotowego, są demonstracjami jakościowymi; pomiarów liczbowych w tym przypadku nie można przeprowadzić ze względu na występujące tarcie, które aczkolwiek powoli, ale ustawicznie zmniejsza prędkość obrotu i niemożność wizualnego zmierzenia prędkości wirowania.

II zasada ruchu obrotowego odnosi się do ruchu obrotowego zmiennego, przyspieszonego lub opóźnionego. Jej treść jest następująca:

Jeśli na bryłę działa niezrównoważony moment siły zewnętrznej ($M \neq 0$) *lub suma niezrównoważonych momentów* ($\Sigma M \neq 0$)*, to bryła obraca się ruchem obrotowym przyspieszonym.*

Stwierdzamy to w doświadczeniu następującym. Wahadło Oberbecka umocowujemy w poziomej pozycji osi obrotu[1] (rys. 3) z obciążnikami umocowanymi mniej więcej w połowie długości ramion. Na bloczek tulei o dowolnym promieniu nawijamy nić (kilkanaście zwojów) obciążonych na wolnym końcu ciężarkiem o masie m. Po zwolnieniu zaczepu, który można w dowolny sposób zaimprowizować, krzyżak wahadła zaczyna obracać się ruchem przyspieszonym. Stwierdzamy to „na oko"; przy pokazie jest to wystarczające. Ćwiczenia trzeba poprzeć pomiarami.



Rys. 3.

[1] Dogodny jest montaż wahadła w pozycji poziomej tj. dla osi ustawionej pionowo ze względu na większą stabilność niż w przypadku osi ustawionej poziomo. Wówczas sznurek, na którego końcu są obciążniki poruszające się pionowo w dół, należy przerzucić przez dodatkowy bloczek (przyp. – *T.M.Molenda*).

Pomiar przyspieszenia i prędkości kątowej

W tym celu mierzymy odległość *h* zawieszonego ciężarka od podłogi. W chwili zwalniania zaczepu wahadła uruchamiamy sekundomierz, obserwujemy ruch przyspieszony ciężarka i w chwieli, gdy ciężarek uderza o podłogę, zatrzymujemy sekundomierz, po czym odczytujemy na nim czas t potrzebny na przebycie drogi *h* przez ciężarek. Otrzymane wyniki wpisujemy do tabelki obserwacji *I*.

Tabelka obserwacji I

N	Wysokość h	Czas spadania ciężarka t	Wartość średnia czasu t_s	Promień bloczka r	Przyspieszenie liniowe a_o	Przyspieszenie kątowe ε	Prędkość liniowa v_o	Prędkość kątowa ω

Opisany pomiar powtarzamy kilka razy, notując za każdym razem w tabelce *I* czas spadania ciężarka *t*. Jeśli pomiary przeprowadzamy prawidłowo, to otrzymane czasy będą się różniły od siebie o 0,1 lub najwyżej o kilka dziesiątych sekundy. Wyliczamy wartość średnią czasu spadania t_s. Przez wyznaczenie wartości średniej czasu t_s zmierzymy błąd pomiaru.
Do otrzymania przyspieszenia kątowego ε i prędkości kątowej chwilowej ω, z jakimi wiruje bryła wahadła, potrzeba jeszcze zmierzyć za pomocą suwmiarki promień *r* bloczka, na którym nawinięta jest nić. Ponieważ nić nawinięta jest na bloczek, można uważać, iż przyspieszenie liniowe a_o punktu na jego obwodzie jest równe, (co do wartości liczbowej) przyspieszeniu *a*, z jakim opada ciężarek. To ostatnie, wyliczone ze wzoru na drogę w ruchu jednostajnie przyspieszonym, jest równe $\frac{2h}{t_s^2}$; wobec tego przyspieszenie linowe na obwodzie bloczka wyraża wzór:

$$a_o = \frac{2h}{t_s^2} \tag{1}$$

To samo można powiedzieć o prędkości chwilowej v opadającego ciężarka i prędkości chwilowej v_o punktu na obwodzie bloczka, tzn. $v_o = v$. Prędkość chwilową wyliczamy ze wzoru na prędkość końcową w ruchu jednostajnie przyspieszonym; otrzymujemy zatem wzór:

$$v_o = \frac{2h}{t_s^2} \tag{2}$$

Mając wyliczone a_o i v_o możemy znaleźć przyspieszenie kątowe ε bryły wahadła oraz jego prędkość kątową ω, odwołując się do zależności kinematycznych ruchu obrotowego $\omega = \frac{v}{r}$ oraz $\varepsilon = \frac{a}{r}$ (prędkość kątowa jest równa stosunkowi prędkości liniowej do promienia, przyspieszenie kątowe jest równe stosunkowi przyspieszenia liniowego do promienia). Otrzymujemy następujące wzory na ω *i* ε :

$$\omega = \frac{2h}{t_s r} \tag{3}$$

$$\varepsilon = \frac{2h}{t_s^2 r} \quad . \tag{4}$$

Obliczone wartości a_o, v_o, ε i ω wpisujemy do tabelki I.
Opisane wyżej doświadczenie przeprowadzamy kilkakrotnie, za każdym razem biorąc inną wysokość h, z jakiej spada ciężarek. Otrzymujemy szereg wyników dla wyznaczonych wartości a_o, v_o, ε i ω przy różnych wartościach. Okaże się, że dla wszystkich wysokości h, a_o i ε będą jednakowe (w granicach błędu doświadczalnego), natomiast v i w będą różne. Wyjaśnienie: realizowany w doświadczeniu ruch wahadła Oberbecka jest ruchem obrotowym jednostajnie przyspieszonym (stały moment siły zewnętrznej).

Związek między momentem siły *M* i przyspieszeniem kątowym *ε*

W ruchu obrotowym decydującą rolę odgrywa nie siła *F,* lecz moment siły *M* względem osi obrotu. Tę zasadniczą prawidłowość sprawdzamy w sposób następujący. Dowolny ciężarek o masie *m* zawieszamy na bloczku mniejszym o promieniu r_1 (po nawinięciu nań nici) i po uruchomieniu wahadła wyznaczamy przyspieszenie kątowe ε_1, z jakim ono obraca się (w sposób opisany poprzednio). Następnie ten sam ciężarek zawieszamy na bloczku o większym promieniu r_2 i wyznaczamy przyspieszenie, tym razem ε_2. Okaże się, że $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Uzyskane wyniki wpisujemy do tabelki II.

Tabelka obserwacji II

N	Wysokość *h*	Czas spadania ciężarka *t*	Wartość średnia czasu t_s	Promień bloczka *r*	Masa ciężarka *m*	Moment siły *mgr*	Przyspieszenie kątowe ε

Drugim razem siła była taka sama jak w pomiarze pierwszym, ale moment siły był większy. Przeprowadzone doświadczenie wykazuje nie tylko decydującą rolę momentu siły w ruchu obrotowym, ale również wyraża związek między momentem siły *M,* a nadawanym bryle przyspieszeniem *ε.* Słownie związek ten można wyrazić tak: większy moment siły nadaje bryle większe przyspieszenie kątowe i na odwrót- mniejszy moment siły wywołuje przyspieszenie mniejsze. Taki związek wyraża zależność proporcjonalną między *M* i *ε* , którą określa równanie

$$M = I\varepsilon \tag{5}$$

gdzie *I* jest współczynnikiem proporcjonalności. Równanie (5) uzyskane w wyniku przeprowadzonego doświadczenia jest wyrazem matematycznym II zasady dynamiki ruchu obrotowego.
Współczynnik *I* zależy od rozmieszczenia elementarnych mas bryły względem osi obrotu; jest on określony zależnością:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + m_n r_n^2 \tag{6}$$

Każdy ze składników sumy nazywa się elementarnym momentem bezwładności, a ich suma- całkowitym momentem bezwładności bryły (względem danej osi obrotu).

Warto zaznaczyć, że zestawienie równań (5) i II zasady Newtona ($F = ma$) pozwala na przeprowadzenie pewnej analogii: rolę siły F w ruchu postępowym zastępuje w ruchu obrotowym moment siły M, rolę masy m zastępuje moment bezwładności I, rolę przyspieszenia liniowego a zastępuje przyspieszenie kątowe ε.

Można powiedzieć, że wahadło Oberbecka jest przyrządem, który w głównej mierze pozwala na przeprowadzenie doświadczeń, stanowiących sprawdzenie słuszności II zasady dynamiki ruchu obrotowego. W doświadczeniu poprzednim, którego wyniki są zawarte w tabelce obserwacji II, mamy sprawdzoną rolę momentu siły. Należy jeszcze poddać eksperymentowi rolę momentu bezwładności I.

Zależność przyspieszenia kątowego ε od momentu bezwładności I

Ciężarek o dowolnej masie m zawieszamy na bloczku o promieniu r. Oś obrotu wahadła ustawiamy poziomo, cztery obciążniki, stanowiące masy elementarne bryły wahadła, przymocowujemy mniej więcej w połowie ramion. Odległość ich od osi obrotu wynosi l_1. Mierzymy odległość h ciężarka napędzającego od podłogi. Po uruchomieniu wahadła mierzymy za pomocą sekundomierza czas t przebycia przez ciężarek napędzający drogi h. Pomiar powtarzamy kilkakrotnie i wyznaczamy średni czas spadania t_s. Wyniki wpisujemy do tabelki III. W oparciu o wzór (4)

Tabelka obserwacji III

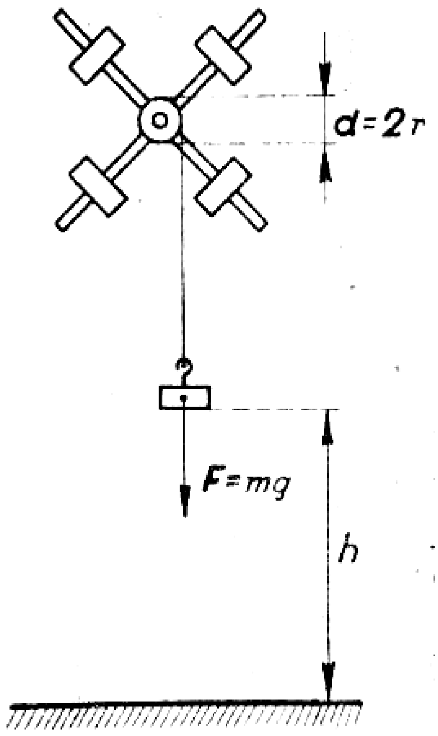
N	Wysokość h	Czas spadania ciężarka t	Wartość średnia czasu t_s	Promień bloczka r	Masa ciężarka m	Odległość obciążników od osi l	Przyspieszenie kątowe ε

Obliczamy przyspieszenie kątowe ε_1. Następnie przesuwamy obciążniki na prętach wahadła na odległość l_2, dwa razy większą od l_1; pozostałych parametrów (m, r, h) doświadczenia nie zmieniamy. Jeśli teraz pozwolimy bryle wahadła obracać się, stwierdzimy nawet „na oko”, że obraca się ona dużo wolniej niż poprzednio. Wyliczenie przyspieszenia ε_2, z jakim teraz mamy do czynienia, to przybliżone spostrzeżenie potwierdza: okazuje się, że $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$. Wynik jest oczywisty, jeżeli odczytamy sens równania (5) - w drugim doświadczeniu rozsunięcie mas elementarnych na większe odległości od osi obrotu spowodowało zwiększenie momentu bezwładności I, co z kolei pociągnęło za sobą zmniejszenie przyspieszenia kątowego ε. Takiego stosunku liczbowego ε_1 do ε_2 nie stwierdzimy z dwóch powodów:

1. Moment bezwładności bryły wahadła jest określony nie tylko przez rozmieszczenie czterech elementarnych mas, ale również przez moment bezwładności I_0 zerowy skrzyżowanych ramion razem z oprawą (tuleją), w którą są one wkręcone,
2. ruch bryły jest hamowany przez moment siły tarcia M_t. Swobodne operowanie rachunkowe dotyczące ruchu wahadła Oberbecka wymaga wyznaczenia doświadczalnego obu tych wielkości.

Wyznaczanie momentu bezwładności zerowego I_0 oraz momentu sił tarcia M_t.

Zanim przystąpimy do doświadczenia, wyprowadzimy wzory, jakimi będziemy się posługiwać. Ciężarek poruszający o masie m (rys. 4) zawieszamy na nici nawiniętej na bloczek o promieniu r_1 (obojętnie, czy będzie to bloczek mniejszy czy większy). Z ramion wahadła usuwamy obciążniki.



Rys. 4.

Po zwolnieniu wahadła rozpocznie się ruch przyspieszony ciężarka z przyspieszeniem a_1 i ruch przyspieszony wahadła z przyspieszeniem ε_1. W stanie ruchu przyspieszonego sile grawitacyjnego przyciągania mg przeciwstawia się siła oporu bezwładnego $F_b = m \cdot a_1$. Wobec tego siłą przyłożoną do bloczka, skierowaną w dół jest różnica obu sił mg - ma_1, której moment względem osi obrotu jest równy $(mg - ma_1)r_1$. Ponieważ ruch bryły wahadła jest hamowany przez siłę tarcia, której ramienia nie znamy, możemy więc ogólnie powiedzieć, że siła ta daje moment hamujący M_t o zwrocie przeciwnym do zwrotu momentu poruszającego $(mg - ma_1)r_1$. Jest więc oczywiste, że II zasadę dynamiki ruchu obrotowego możemy w tym przypadku napisać w formie równania:

$$(mg - ma_1)r_1 - M_t = I_0\varepsilon_1 = I_0\frac{a_1}{r_1}. \quad (6)$$

Równanie to zawiera dwie niewiadome: M_t *i* I_0. Dodać możemy jeszcze jedno analogiczne równanie zmieniające nieco warunki poprzedniego doświadczenia. Tym razem ten sam ciężarek o masie m zawieszamy na nici nawiniętej na bloczek o innym niż poprzednio promieniu r_2 i znów realizujemy ruch przyspieszony bryły wahadła. Zmieniliśmy moment siły, będziemy, zatem mieli inne przyspieszenie liniowe a_2 i inne przyspieszenie kątowe ε_2; nie zmieni się tylko moment bezwładności I_0 i moment siły tarcia M_t. Dla ruchu przyspieszonego bryły, jaki realizujemy teraz, słuszne jest równanie:

$$(mg - ma_2)r_2 - M_t = I_0\varepsilon_2 = I_0\frac{a_2}{r_2}. \quad (7)$$

Rozwiązując oba równania (6) i (7) otrzymujemy wzory na I_0 i M_t.

$$I_o = \frac{[mg(r_1 - r_2) - m(a_1 r_1 + a_2 r_2)]r_1\, r_2}{a_1 r_2 - a_2 r_1} \tag{8}$$

$$M_t = (mg - ma_1)r_1 - I_o \frac{a_1}{r_1}. \tag{9}$$

Dla zmniejszenia błędu pomiarów, doświadczenia, których wyrazem są równania (6) i (7), powtarzamy kilkakrotnie i znajdujemy wartości średnie
a_1^s *i* a_2^s, które podstawiamy do wzorów (8) i (9).
W opisany sposób możemy wyznaczyć nie tylko moment bezwładności zerowy I_o, ale również dowolny moment bezwładności I bryły wahadła z umieszonymi na ramionach obciążnikami (masami elementarnymi). Jeśli oznaczymy masę pojedynczego obciążnika przez m_{ob}, a jego odległość od osi obrotu przez l, wówczas z otrzymanych doświadczalnie wyników powinno się okazać, że:

$$I = I_o + 4ml^2$$

Równość jest przybliżona ze względu na :
1. nieuniknione błędy pomiaru,
2. obciążniki nie są masami punktowymi.
Pomiary tej serii doświadczeń zapisujemy w tabelce obserwacji IV. Opisane doświadczenia można uzupełnić innymi, w których można wykazać, że:

Tabelka obserwacji IV

N	Masa ciężarka m	Wysokość spadania h	Przyspieszenie liniowe a	Wartość średnia przyspieszenia a_s	Promień bloczka r	Moment bezwł. bryły wahadła I	Moment siły tarcia M_t

1. I zależy od rozmieszczenia elementarnych mas,
2. M_t nie zależy od rozmieszczenia tych mas, natomiast zależy tylko od sumarycznej masy bryły (masa krzyżaka i obciążników).

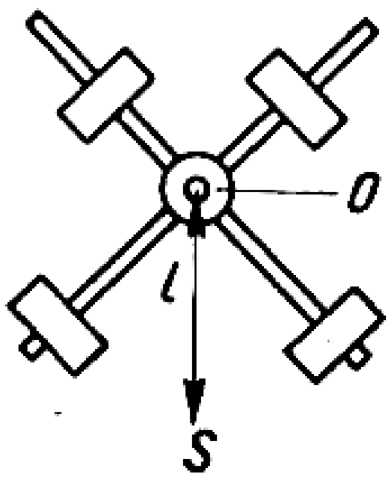
Opisane doświadczenie można przeprowadzić zarówno przy pozycji poziomej jak i pionowej osi wahadła.

Wahadło Oberbecka jako wahadło fizyczne

Wahadło fizyczne jest to jakakolwiek bryła, zawieszona na osi przechodzącej powyżej środka masy; odchylona od położenia równowagi bryła taka waha się od jednego skrajnego położenia do drugiego, zachowując okres drgań *T.* ruch drgający bryły jest szczególnym przypadkiem ruchu obrotowego zmiennego, o zmiennym przyspieszeniu ε. W oparciu o prawa ruchu obrotowego i ruchu drgającego jest wyprowadzony wzór na okres drgań wahadła fizycznego:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} \tag{10}$$

gdzie I - moment bezwładności bryły względem osi, m – masa bryły, l - odległość środka masy od osi obrotu. Wzór (10) można wykorzystać do wyznaczania I. Wystarczy w tym celu wyznaczyć (za pomocą sekundomierza) okres drgań T oraz zmierzyć m i l.
Wahadło Oberbecka można uczynić wahadłem fizycznym, jeśli cztery krążki wahadła umieścić niesymetrycznie względem osi obrotu ustawionej poziomo tak np. jak na rys. 5. Oś obrotu jest tym razem ustawionej poziomo tak np. jak na rys. 5. Oś obrotu jest tym razem osią wahadła 0. Po odchyleniu wahadła od położenia równowagi obserwujemy jego ruch wahadłowy, mierząc za pomocą sekundomierza czas pełnej liczby drgań (np. 100); przez podzielenie przez liczbę drgań znajdujemy okres drgań T, obarczony niewielkim błędem. Ważąc wahadło określamy jego masę m. Położenie środka masy S i wyznaczenie odległości l wymaga nietrudnych rozważań geometrycznych, opartych na określonym rozmieszczeniu czterech obciążników. Powinniśmy pamiętać, że rozmieszczenie mas elementarnych krzyżaka wahadła i tulei, w której ramiona są umocowane, jest symetryczne względem osi obrotu. Środek masy tych elementów wahadła Oberbecka znajduje się więc na osi obrotu. Wyniki pomiarów dotyczących wahadła fizycznego zapisujemy w tabelce obserwacji V.



Rys. 5.

Tabelka obserwacji V

N	Masa wahadła całkow. m	Odl. środka masy od osi obrotu l	Czas 100 drgań t	Okres drgań T	Moment bezwł.(z ruchu wahadła) I	Moment bezwł. (ruch obr. z przysp.) I

Wyznaczony metodą wahadła fizycznego moment bezwładności bryły wahadło można porównać z wartością tegoż momentu, wyznaczoną na podstawie ruchu obrotowego przyspieszonego (w sposób poprzednio opisany). Będzie to interesujące zestawienie wyników otrzymanych dwiema różnymi metodami.

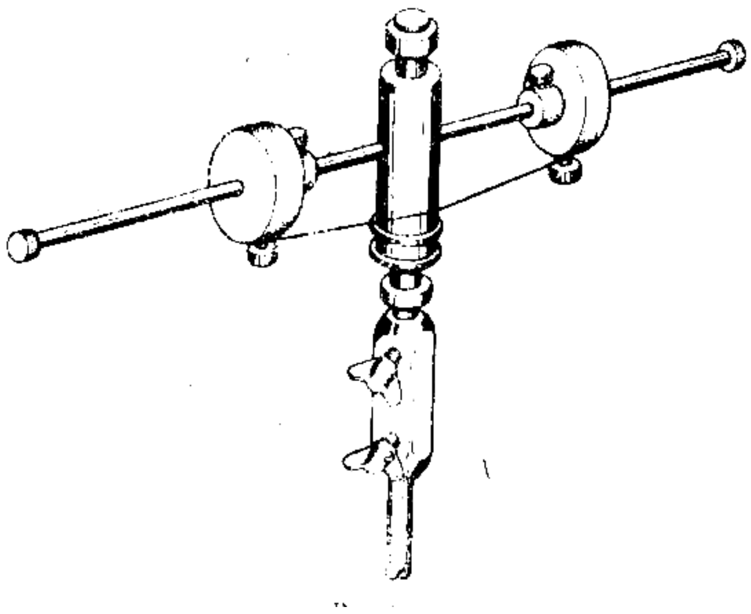
Sprawdzanie zasady zachowania momentów pędu

III zasada dynamiki ruchu obrotowego dotyczy układów wirujących zamkniętych, tj. takich, które podlegają działaniu siły zewnętrznej, natomiast istnieją w nich wewnętrzne wzajemne oddziaływania.
Istnieje następująca prawidłowość dotycząca takiego układu. We wszystkich wzajemnych oddziaływaniach w układzie wirującym zamkniętym całkowita suma momentów pędów poszczególnych elementów układu zachowuje wartość stałą, tzn., że przed oddziaływaniem jest taka sama jak po oddziaływaniu. Jest to zasada zachowania momentów pędu. Równanie wyrażające tę zasadę jest następujące:

$$m_1 v_1 r_1 + m_2 v_2 r_2 + \ldots + m_n v_n r_n = const \qquad (11)$$

gdzie iloczyny $m_1 v_1 r_1$, $m_2 v_2 r_2$ itd. Oznaczają momenty pędu poszczególnych mas. Można wykazać przez odpowiednie przeliczenia, że suma ta jest równa $I\omega$ (I - moment bezwładności układu, ω – jego prędkość kątowa). Równanie (11) można, więc napisać w postaci

$$I\omega = \text{constans} \qquad \text{lub} \qquad I_1\omega_1 = I_2\omega_2 = I_3\omega_3 \quad \text{itd.}$$



Rys. 6.

Sprawdzenie tej zasady za pomocą wahadła Oberbecka przeprowadzamy w sposób następujący: Z tulei wahadła umocowanej w łączniku pionowo wykręcamy dwa przeciwległe ramiona; pozostałe dwa tworzą właściwie jeden pręt, który może wirować naokoło osi pionowej. Po odkręceniu radełkowanych nakrętek nakładamy na ramiona po jednym pierścieniu oporowym i po jednym obciążniku. Zakręcamy nakrętki na końcach prętów. Pierścienie oporowe mocujemy w równych odległościach od osi obrotu (np. 10 cm). Do pierścieni dosuwamy obciążniki. Śrubki na nich powinny być zluzowane. Związujemy je mocną nicią, która powinna być napięta. Sprawdzamy linijką, czy odległość obu obciążników r_1 jest jednakowa od osi obrotu. Wprawiamy wahadło w ruch obrotowy, taki, aby można było policzyć jego obroty na minutę i układ pozostawiamy w stanie ruchu obrotowego jednostajnego. W pewnej chwili nić wiążącą przepalamy lub rozcinamy ostrą żyletką. Obciążniki rozsuwają się do końców ramion. Równocześnie stwierdzamy, że prędkość wirowania układu zmniejszyła się. Moment bezwładności układu powiększył się, wobec czego prędkość kątowa musiała ulec zmniejszeniu.

Tabelka obserwacji VI

N	Liczba obrotów n	Czas pomiaru t	Prędkość kątowa ω	Moment bezwładności wahadła I	Moment pędu (przed zerwaniem nici)	Moment pędu (po zerwaniu nici)

Pomiar energii kinetycznej bryły wirującej

W doświadczeniu, prowadzącym do pomiaru E_k bryły obracającej się, odwołamy się do zasady zachowania energii. Ustawiamy oś obrotu wahadła w pozycji poziomej (rys. 7), a cztery obciążniki umieszczamy na ramionach krzyżaka symetrycznie względem osi obrotu, w dowolnej od niej odległości. Na jednej z bloczków (wszystko jedno który) o promieniu r nawijamy nić obciążoną ciężarkiem ciężarkiem masie m. Po zwolnieniu zaczepu (zaimprowizowanego w sposób dowolny) rozpoczyna się ruch przyspieszony bryły wahadła. Za pomocą sekundomierza mierzymy czas t, w ciągu którego uderza o podłogę. W obserwowanym przez nas ruchu dokonuje się przemiana energetyczna. Energia potencjalna ciężarka A zmienia się na: energię ruchu postępowego ciężarka A; 2. energię kinetyczna ruchu obrotowego bryły wahadła; 3. pracę L_t wykonaną na pokonanie oporów tarcia.
Stosując zasadę zachowania energii możemy napisać równanie:

$$mgh = \frac{m\mathsf{v}^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + L_t \tag{13}$$

Ale $L_t = M_t \cdot \alpha$, gdzie M_t - moment siły tarcia, α - droga kątowa
Wobec tego bilans energii (13) możemy napisać tak:

$$mgh = \frac{m\mathsf{v}^2}{2} + \frac{m\omega^2 r^2}{2} + M_t \frac{h}{r} \ . \tag{14}$$

Wykonane doświadczenie daje możliwość wyznaczenia wszystkich wielkości potrzebnych do sprawdzenia równości (14). Wielkościami tymi są: v - prędkość ciężarka A w chwili uderzenia o podłogę (wzór 2), ω - prędkość kątowa chwilowa bryły wahadła, gdy ciężarek A uderza o podłogę (wzór 3). Występujące w równaniu 1. moment bezwładności I oraz 2. moment siły tarcia M_t muszą być uprzednio wyznaczone w doświadczeniu omówionym na str. 5.
Przeprowadzając obliczenia na podstawie danych doświadczalnych mamy możliwość wyliczenia każdego ze składników występujących tu form energii oraz sprawdzenia ewentualnej zgodności, czy niezgodności bilansu energetycznego wyrażonego równaniem. Do zapisu danych doświadczalnych oraz otrzymanych wyników można zaproponować tabelkę obserwacji VII.

Tabelka obserwacji VII

N	Wy-so-kość h	Czas przeby-cia drogi t	Wartość średnia czasu t_s	Prędkość liniowa v	Prędkość kątowa ω	En. po-tencjalna mgh	En. kinet. ruchu postęp. E_{kp}	En. kinet. ruchu obrot. E_{ko}	Praca siły tarcia L_t

Opracowano w Pracowni Dydaktyki Fizyki i Astronomii Uniwersytetu Szczecińskiego
pod kierunkiem *Tadeusza M. Molendy* na podstawie:

Wahadło Oberbecka

Nr kat. V 6 – 38a

Produkowano:
BIOFIZ
ZJEDNOCZENIE PRZEMYSŁU POMOCY NAUKOWYCH I ZAOPATRZENIA SZKÓŁ WARSZAWA
Fabryka Pomocy Naukowych w Poznaniu.
Zestaw wraz z instrukcją został zatwierdzony przez Ministerstwo Oświaty i Wychowania 12.09.1983 r.
do użytku szkolnego w liceum ogólnokształcącym.
Instrukcję napisał: *Tadeusz Dryński*, rysunki wykonał: *Wacław Piotrowski*

Źródło: ze zbiorów Pracowni Dydaktyki Fizyki i Astronomii Uniwersytetu Szczecińskiego