

SPRĘŻYNA DO RUCHU HARMONICZNEGO

V 6 – 74

Sprężyna jest przeznaczona do badania ruchu drgającego prostego (harmonicznego) na lekcji fizyki w liceum ogólnokształcącym.

Za pomocą przyrządu wyznacza się okres T ruchu drgającego i sprawdza się zależności między okresem drgań a obciążeniem sprężyny. Sprężynę taką z zawieszonym na niej obciążnikiem nazywamy wahadłem sprężynowym.



Rys. 1a

Komplet stanowią dwie stalowe sprężyny o 53 zwojach każda, wykonane z drutów o różnych średnicach (0,8 mm i 1 mm). Końce sprężyn są odpowiednio wygięte i dostosowane do zawieszania (rys. 1a). Wskaźnikiem wychyleń jest okrągły talerzyk z haczykami. Na dolnym haczyku zawieszają się obciążniki (rys. 1b).



Rys. 1b

Teoria drgań sprężyny

Jeśli na sprężynie zawiesimy niewielką masę, a następnie nieco wychylimy tę masę z położenia równowagi i puścimy swobodnie, wówczas wykonuje ona wraz ze sprężyną drgania harmoniczne. Ruch ten wywołuje siła oporu sprężystego, która zgodnie z prawem Hooke'a, dla małych wychyleń λ dana jest zależnością

$$F = k \lambda \quad (1)$$

Współczynnik k nazywamy stałą sprężyny.

Okres drgań sprężyny dany jest wzorem

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2)$$

W przypadku wahadła sprężynowego w ruchu harmonicznym udział bierze nie tylko masa obciążenia (składająca się z masy obciążników i masy talerzyka) lecz również masa sprężyny. Masa sprężyny rozłożona jest równomiernie wzdłuż całej długości sprężyny.

Z rozważań teoretycznych, których tu z braku miejsca przytaczać nie będziemy, wynika, że występująca we wzorze (2) masa m jest sumą mas ciał zawieszonych na sprężynie i $1/3$ masy sprężyny, czyli

$$m = m_{ob} + m_t + \frac{1}{3} m_s, \quad (3)$$

gdzie

m_{ob} – masa obciążnika,

m_t – masa talerzyka,

m_s – masa sprężyny.

Z rozważań teoretycznych dotyczących rozciągania sprężyny wynika, że stałą sprężyny k można obliczyć ze związku

$$k = \frac{Gr^4}{4iR^3}, \quad (4)$$

gdzie

G – współczynnik sprężystości postaciowej (zwany też modułem sprężystości postaciowej)

r – promień drutu,

i – liczba czynnych zwojów sprężyny,

R – promień nawinięcia sprężyny.

Okres drgań sprężyny wyznaczyć można nie tylko ze wzoru (2) lecz także ze wzoru

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\lambda}{g}}, \quad (5)$$

gdzie g jest przyspieszeniem ziemskim, zaś wydłużenie λ obliczone na drodze rozważań teoretycznych dane jest wzorem

$$\lambda = \frac{4PR^3i}{r^4G}. \quad (6)$$

$P = mg$ jest obciążeniem sprężyny (m dane jest wzorem (3)). Pozostałe wielkości mają to samo znaczenie jak wielkości występujące we wzorze (4).

Zwróćmy uwagę, że wzór (5) ma taką samą postać jak wzór na okres drgań wahadła matematycznego $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. Wydłużenie λ sprężyny odpowiada długości l wahadła matematycznego.

Szczegółowe omówienie teorii drgań wahadła sprężynowego oraz uzasadnienie wyżej podanych wzorów znajdzie czytelnik w odpowiedniej literaturze.

Obliczanie okresu drgań ze wzorów teoretycznych

Obliczymy teraz, stosując wzory (2), (3) i (4), okres drgań obciążonej sprężyny. Obliczenia przeprowadzimy dla sprężyny o średnicy 0,8 mm.

Niech

masa obciążnika $m_{ob} = 50$ g

masa talerzyka $m_t = 19,5$ g

masa sprężyny $m_s = 14,5$ g

Na mocy wzoru (3) masa m wynosi

$$m = (0,05+0,0195+0,0048) \text{ kg} = 0,0743 \text{ kg}.$$

Wykorzystując następujące dane dla sprężyny

$$G = 83,385 \cdot 10^9 \text{ N/m}^2 \text{ (stal),}$$

$$r = 0,4 \text{ mm}$$

$$i = 53,$$

$$R = 10 \text{ mm}$$

obliczamy ze wzoru (4) stałą sprężyny k . Stała ta wynosi

$$k = \frac{83,385 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0,4^4 \text{ mm}^4}{4 \cdot 53 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} = 10,06 \frac{\text{N}}{\text{m}} = 10,06 \frac{\text{kg}}{\text{s}^2}$$

Wstawiając obliczoną wyżej masę m i stałą sprężyny k do wzoru (2), obliczamy

$$T = 2 \cdot 3,141 \sqrt{\frac{0,0743 \text{ kg}}{10,06 \text{ kg/s}^2}} = 0,540 \text{ s}$$

Okres drgań sprężyny obliczony ze wzorów teoretycznych wynosi

$$T = 0,540 \text{ s}.$$

Okres drgań tej samej sprężyny można obliczyć również ze wzorów (5) i (6).

Wydłużenie sprężyny λ dla wyżej wymienionych danych na mocy wzoru (6) wynosi

$$\lambda = \frac{4 \cdot 0,0745 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \cdot 53}{0,4^4 \text{ mm}^4 \cdot 83,385 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}} = 0,07238 \text{ m}$$

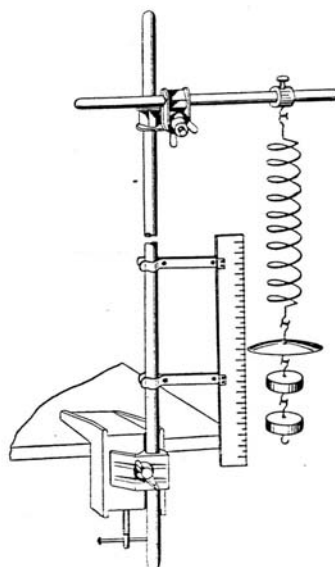
Podstawiając λ do wzoru (5) otrzymamy

$$T = 2 \cdot 3,141 \sqrt{\frac{0,07238 \text{ m}}{9,81 \text{ m/s}^2}} = 0,540 \text{ s}$$

czyli taką samą wartość $T = 0,540 \text{ s}$ jak wyżej.

Wyznaczanie okresu drgań na drodze doświadczalnej

W tym celu należy sprężynę z talerzykiem i obciążnikami zawiesić w sposób przedstawiony na rys. 2.



Rys. 2

Talerzyk zajmuje pewne położenie, które nazywać będziemy początkowym. Następnie pociągamy palcami do dołu dolny obciążnik i puszcamy go swobodnie, wprawiając sprężynę w ruch drgający. Za pomocą stopera wyznaczamy czas 100 pełnych drgań biorąc pod uwagę przejście wskazówki – talerzyka przez położenie początkowe.

Pomiar powtarzamy kilkakrotnie, określamy czasy pojedynczych drgań i wielkość okresu jako średnią arytmetyczną tych czasów.

Wyniki pomiarów okresu sprężyny z drutu o średnicy 0,8 mm drgającej pod wpływem niewielkich obciążeń przedstawia tabela 1.

Tabela 1

obciążenia								
1 obciążnik (50 g)			2 obciążniki (100 g)			3 obciążniki (150 g)		
L.p.	Czas 100 drgań <i>s</i>	Czas 1 drgnięcia <i>s</i>	L.p.	Czas 100 drgań <i>s</i>	Czas 1 drgnięcia <i>s</i>	L.p.	Czas 100 drgań <i>s</i>	Czas 1 drgnięcia <i>s</i>
1	54,5	0,545	1	70,1	0,701	1	83,2	0,832
2	54,0	0,540	2	69,9	0,699	2	83,1	0,831
3	54,4	0,544	3	70,2	0,702	3	83,3	0,828
4	54,2	0,542	4	70,3	0,703	4	82,8	0,833
5	54,3	0,543	5	69,8	0,698	5	83,2	0,832
Okres <i>T</i> 0,542 <i>s</i>			Okres <i>T</i> 0,700 <i>s</i>			Okres <i>T</i> 0,831 <i>s</i>		
Okres teoret. 0,540 <i>s</i>			Okres teoret. 0,697 <i>s</i>			Okres teoret. 0,829 <i>s</i>		

Pomiary okresu drgań sprężyny z drutu o średnicy 1 mm są zestawione w tabeli 2.

Podane tabele zawierają wyniki otrzymane przy stosowaniu dokładnych metod pomiarowych okresu.

Orientacyjne wielkości okresów drgań przy większych obciążeniach sprężyny podane są w tabeli 3.

Tabela 2

obciążenia								
1 obciążnik (50 g)			2 obciążniki (100 g)			3 obciążniki (150 g)		
L.p.	Czas 100 drgań	Czas 1 drgnięcia	L.p.	Czas 100 drgań	Czas 1 drgnięcia	L.p.	Czas 100 drgań	Czas 1 drgnięcia
	<i>s</i>	<i>s</i>		<i>s</i>	<i>s</i>		<i>s</i>	<i>s</i>
1	35,2	0,352	1	45,0	0,450	1	54,2	0,542
2	35,7	0,357	2	45,2	0,452	2	54,3	0,543
3	35,8	0,358	3	45,4	0,454	3	54,0	0,540
4	35,2	0,352	4	45,8	0,458	4	54,5	0,545
5	35,3	0,353	5	45,1	0,541	5	54,2	0,542
Okres <i>T</i> 0,254 <i>s</i>			Okres <i>T</i> 0,453 <i>s</i>			Okres <i>T</i> 0,542 <i>s</i>		
Okres teoret. 0,346 <i>s</i>			Okres teoret. 0,445 <i>s</i>			Okres teoret. 0,527 <i>s</i>		

Tabela 3

	Śred. drutu 0,8 mm	Śred. drutu 1 mm	
1	0,93 <i>s</i>	0,60 <i>s</i>	4 obciążniki
2		0,66 <i>s</i>	5 obciążników
3		0,73 <i>s</i>	6 obciążników

Okres drgań sprężyny można obliczyć również ze wzoru (2), wyznaczając doświadczalnie stałą *k*. Na tę stałą ze wzoru (1) otrzymamy wyrażenia

$$k = \frac{F}{\lambda}. \quad (7)$$

Zawieszamy sprężynę obciążoną tylko talerzykiem lub talerzykiem i pewnym dodatkowym obciążeniem jak na rys. 2 i odczytujemy na skali położenie początkowe. Następnie obciążamy sprężynę dodatkowo obciążnikiem o znanej masie m_{ob} , i odczytujemy położenie na skali po obciążeniu. Różnica tych położenia daje nam wydłużenie sprężyny λ .

Znając wartość siły rozciągającej $F = m_{ob}g$ i wartości wydłużenia sprężyny λ obliczamy ze wzoru (7) stałą sprężyny *k*. pomiaru stałej *k* dokonujemy kilkakrotnie stosując różne obciążniki i obliczamy jej wartość średnią. Mając stałą *k* możemy teraz dla dowolnej znanej masy obciążnika m_{ob} , wykorzystując wzór (3), obliczyć ze wzoru (2) okres drgań sprężyny i porównać go z okresem drgań otrzymanym z doświadczenia. Nie podajemy

żadnych wyników na potwierdzenie, ale i w tym przypadku zgodność wyników doświadczalnych i teoretycznych jest wystarczająca.

Uwaga: Wyżej podane wzory słuszne są tylko w granicach proporcjonalności sprężyny, tzn. dla takich wartości obciążenia, dla których spełniony jest warunek $F = k\lambda$. Zmieniając stopniowo obciążenie, jak przy wyznaczaniu stałej k , możemy granicę tę ustalić. Nie należy stosować zbyt dużych obciążeń, gdyż sprężyna może doznać trwałych odkształceń.

Opracowano w Pracowni Dydaktyki Fizyki i Astronomii Uniwersytetu Szczecińskiego na podstawie:

Sprężyna do ruchu harmonicznego

Nr kat. V 6 – 74

Produkowano:

BIOFIZ

ZJEDNOCZENIE PRZEMYSŁU POMOCY NAUKOWYCH I ZAOPATRZENIA SZKÓŁ WARSZAWA

Fabryka Pomocy Naukowych w Nysie

Zestaw został zatwierdzony przez Ministerstwo Oświaty 21.05.1963 r. do użytku szkolnego w liceum ogóln.

Instrukcja zatwierdzona 27.08.1968 r.

Instrukcję napisał – brak danych, rysunki wykonał – brak danych.

Źródło: ze zbiorów Pracowni Dydaktyki Fizyki i Astronomii Uniwersytetu Szczecińskiego